

Л. И. Звавич
Л. В. Кузнецова
С. Б. Суворова

Дидактические
материалы

АЛГЕБРА

КЛАСС
7



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Л. И. Звавич
Л. В. Кузнецова
С. Б. Суворова

АЛГЕБРА

Дидактические
материалы

7 класс

17-е издание

Москва
«Просвещение»
2012

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21
З-42

Звавич Л. И.

З-42 Алгебра. Дидактические материалы. 7 класс /
Л. И. Звавич, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова. —
17-е изд. — М. : Просвещение, 2012. — 159 с. : ил. —
ISBN 978-5-09-028707-4.

Пособие содержит упражнения для самостоятельных работ, которые носят обучающий характер, а также тексты контрольных работ и задания для проведения школьных математических олимпиад.

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-028707-4

© Издательство «Просвещение», 1991
© Издательство «Просвещение», 2007,
с изменениями
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2007
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дидактические материалы предназначены для организации самостоятельной работы учащихся и контроля знаний и умений при обучении алгебре в 7 классе. Они составлены с учетом особенностей параллельно функционирующих в школе учебников алгебры для 7 класса и могут использоваться при работе по каждому из них¹.

Содержащиеся в сборнике работы делятся на два вида: самостоятельные работы и контрольные работы. Кроме того, в сборник включены задания для проведения внутришкольных математических олимпиад.

Самостоятельные работы даны в двух вариантах: сначала все работы первого варианта, затем второго. По своему целевому назначению они являются обучающими и предназначены для формирования основных умений и навыков по курсу алгебры 7 класса, причем должны использоваться уже после первичной отработки материала с учителем в ходе фронтальной работы с классом. Умение, на формирование которого направлена та или иная работа, указано в ее названии, например «Умножение многочленов», «Построение графика функции $y = kx + b$ ». Каждая работа используется в ходе изучения того материала, который предусматривает формирование соответствующего умения. Некоторые работы носят повторительный характер и направлены на восстановление навыков, сформированных в предшествующие годы. Это, например, работы «Вычисление значения числового выражения», «Решение задач на проценты», «Построение точек в координатной плоскости».

Для самостоятельных работ принята сплошная нумерация: С—1, С—2, С—3 и т. д. В конце предисловия указано, какие работы и в каком порядке целесообразно использовать в зависимости от того, по какому учебнику ведется преподавание.

Отметим некоторые методические особенности самостоятельных работ, предлагаемых в данном пособии.

¹ См.: Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений/Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; Под ред. С. А. Теляковского.— М.: Просвещение, 2006.

Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений/Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др.; Под научным руководством А. Н. Тихонова.— М.: Просвещение, 2006.

Каждая самостоятельная работа содержит задания разного уровня сложности. Эти задания разделены линией на две части. Задания первой части предназначены для тренировки и отработки навыков, и прежде всего они направлены на достижение уровня обязательной подготовки. Задания во второй части служат цели овладения изучаемым материалом на более высоком уровне. Их выполнение требует более продвинутых технических навыков, нестандартных приемов решения, определенной сообразительности. Во многих случаях эти задачи отличаются от тех, которые имеются в учебниках.

Каждое задание как в первой, так и во второй части содержит несколько подзаданий, обозначенных номерами в скобках: 1), 2) и т. д. В каждом подзадании содержатся упражнения дублирующего характера (они обозначены буквами а), б) и т. д.). Заметим, что самостоятельные работы, вообще говоря, не регламентированы по времени и не рассчитаны на выполнение за один прием. Каждая из них может использоваться отдельными фрагментами на различных этапах формирования конкретного умения.

Содержание предлагаемых самостоятельных работ дает широкие возможности для организации дифференцированной работы на уроке. Уже задания первой части позволяют осуществлять индивидуальный подход к учащимся. Эти задания представляют собой цепочку тщательно подогнанных упражнений на отработку формируемого умения и его важнейших элементов. Предложенная структура позволяет ученикам продвигаться по этой цепочке по-разному. При необходимости учащиеся могут двигаться достаточно мелкими шагами, выполняя подряд все предложенные упражнения, при этом они выполняют доступный им объем работы и ограничатся доступным им уровнем. Другие учащиеся могут продвигаться быстрее, свернутыми шагами, опуская дублирующие задания.

Можно также дифференцировать деятельность учащихся по содержанию, выделяя для разных учеников разные фрагменты самостоятельной работы. Так, одним школьникам целесообразно начинать выполнять задания самостоятельно с первых, самых простых упражнений, другие могут уже на первом этапе выполнять задания продвинутого уровня.

Вторая часть предназначена для тех, кто уже перешел рубеж обязательного уровня и может продвигаться дальше. Обратим внимание на то, что эти задания также даются в некоторой обучающей системе, направленной на формирование того или иного приема решения задачи. Иногда этот прием формируется постепенно при выполнении нескольких работ, иногда ученик воспринимает его при последовательном выполнении заданий одной работы.

Таким образом, пользуясь самостоятельной работой из сборника как основой и давая отдельным учащимся (или группам учащихся) указания о выполнении тех или иных заданий, учитель фактически сможет «конструировать» самостоятельные работы индивидуального характера.

Заметим, что каждую самостоятельную работу можно использовать и как материал для организации текущего оперативного контроля. Для этого из нее следует выбрать задания, соответствующие поставленной цели.

Контрольные работы предназначены для текущей и итоговой проверки знаний школьников. В сборнике они представлены в двух наборах, один из которых ориентирован на учебник под редакцией С. А. Теляковского, а другой — на учебник под научным руководством А. Н. Тихонова.

Работы первого и второго набора составлены на одних и тех же принципах, и их различие продиктовано лишь особенностями содержания учебников. Текущие контрольные работы помечены индексами К—1, К—2 и т. д. для учебника под редакцией С. А. Теляковского и К—1А, К—2А и т. д. для учебника под научным руководством А. Н. Тихонова. В первом наборе содержится 9 контрольных работ, во втором — 10. К каждой контрольной работе указаны номера параграфов, материал которых они охватывают.

Кроме того, в сборнике имеются три итоговые контрольные работы (ИК—1, ИК—2, ИК—3А), которые в своей совокупности охватывают весь основной материал курса алгебры 7 класса и могут быть проведены на заключительном этапе повторения. Заметим, что работа ИК—3А, включающая задания с алгебраическими дробями, рассчитана только на учебник под научным руководством А. Н. Тихонова.

Все контрольные работы даны в четырех равноценных вариантах. Каждая включает в себя как задания, соответствующие обязательному уровню (они отмечены знаком ●), так и задания более продвинутого уровня. Их выполнение рассчитано, вообще говоря, на один урок. Однако следует иметь в виду, что предлагаемые работы достаточно насыщены по объему. Поэтому учителю необходимо оценить возможности своих учащихся, и если объем работы представляется чрезмерным, то ее следует уменьшить за счет исключения какого-либо из последних заданий. Возможен также и такой вариант, когда одно из заданий работы рассматривается как резервное. Тогда учащимся сообщается, что оценка «5» выставляется в том случае, если правильно выполнены все задания или все задания, кроме одного из последних.

Таблица

использования самостоятельных работ при преподавании алгебры по учебникам под редакцией С. А. Теляковского (учебник I) и под научным руководством А. Н. Тихонова (учебник II)

Работа	Учебник I (номер пункта)	Учебник II (номер параграфа)
С—1, С—2 Вычисление значения числового выражения	1	1
С—3 Решение задач на проценты	1	1
С—4 Нахождение значений буквенных выражений	2	2, 3
С—5 Сравнение значений выражений	3	—
С—6 Применение свойств действий над числами и вычислениями	4	4
С—7 Приведение подобных слагаемых и раскрытие скобок	5	5
С—8 Решение линейных уравнений	7	6
С—9 Решение уравнений, сводящихся к линейным	7	7
С—10 Решение задач с помощью уравнений	8	8
С—11 Построение точек в координатной плоскости	повторительная	29
С—12 Вычисление значений функции по формуле, статистические характеристики	13, 9, 10	30
С—13 Построение графика функции вида $y = kx + b$	15, 16	32
С—14 Построение графика функции вида $y = kx$	15, 16	31
С—15 Чтение графика линейной функции	15, 16	31, 32
С—16 Взаимное расположение графиков на координатной плоскости	15, 16	32
С—17 Построение и чтение графиков линейных функций (практические задания)	15, 16	31, 32
С—18 Вычисление значения числового выражения, содержащего степень	18	9
С—19 Вычисление значения буквенного выражения, содержащего степень	18	9
С—20 Умножение и деление степеней с одинаковыми основаниями	19	10
С—21 Возведение в степень произведения и степени	20	10
С—22 Различные преобразования выражений, содержащих степень	18—20	10

Работа	Учебник I (номер пункта)	Учебник II (номер параграфа)
С—23 Вычисление значения одночлена	21	11
С—24 Умножение одночленов и возведение одночлена в степень	22	12
С—25 Приведение многочлена к стандартному виду	25	13, 14
С—26 Сложение и вычитание многочленов	26	15
С—27 Заключение многочленов в скобки	26	5
С—28 Умножение одночлена на многочлен	27	16
С—29, С—30 Решение уравнений	26, 27	7, 15
С—31 Решение задач	27	8
С—32 Вынесение общего множителя за скобки	28	19
С—33, С—34 Умножение многочленов	29	17
С—35 Разложение многочленов на множители способом группировки	30	20
С—36 Чтение и запись алгебраических выражений	подготовительная к пп. 32—36	подготовительная к § 21
С—37 Возведение в квадрат по формулам $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	32	21
С—38 Преобразование выражений с применением формул квадрата суммы и квадрата разности	32	22
С—39 Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности	33	22
С—40 Умножение многочленов с использованием формулы $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	34	21
С—41 Применение формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ и $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ к преобразованию выражений	32—34	21, 22
С—42 Разложение на множители по формуле $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	35	21
С—43 Преобразование целых выражений	37	—
С—44 Разложение многочленов на множители с использованием нескольких способов	38	23
С—45 Графическое решение систем линейных уравнений	40—42	36
С—46 Решение систем линейных уравнений способом подстановки	43	34
С—47 Решение систем линейных уравнений способом сложения	44	35
С—48 Решение систем линейных уравнений	43, 44	34, 35

Работа	Учебник I (номер пункта)	Учебник II (номер параграфа)
С—49 Составление систем уравнений по условию задачи	45	37
С—50 Решение задач с помощью составления систем уравнений	45	37
С—51 Нахождение значения алгебраической дроби. Нахождение допустимых значений букв, входящих в дробь	—	29
С—52 Сокращение алгебраических дробей	—	30
С—53 Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями	—	32
С—54 Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями	—	32, 33
С—55 Умножение и деление алгебраических дробей	—	34
С—56 Преобразование дробных выражений	—	35

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант I

I С-1. Вычисление значения числового выражения

1. Найдите сумму или разность:

- 1) а) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$; б) $\frac{5}{7} - \frac{1}{14}$; в) $2\frac{2}{3} + 5\frac{5}{12}$;
2) а) $\frac{3}{11} - \frac{1}{13}$; б) $\frac{7}{20} + \frac{2}{3}$; в) $3\frac{2}{15} - 1\frac{1}{7}$;
3) а) $\frac{5}{34} - \frac{41}{51}$; б) $3\frac{1}{30} - 5\frac{7}{90}$; в) $6\frac{1}{7} - 10\frac{3}{14}$.

2. Найдите значение выражения:

- 1) а) $7 + 5,31 + 9 + 13,49$; б) $62,7 + 8,31 + 5,79 + 0,07$;
2) а) $8,31 - (4,29 + 3,721)$; б) $(8,21 + 9,73) - 0,001$.

3. Найдите произведение или частное:

- 1) а) $\frac{7}{16} \cdot \frac{8}{21}$; б) $-\frac{5}{11} \cdot \frac{33}{65}$; в) $\frac{19}{23} \cdot \left(-\frac{46}{57}\right)$;
2) а) $3\frac{1}{4} \cdot 3\frac{9}{13}$; б) $-5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$; в) $-3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{11}$;
3) а) $\frac{5}{7} : \left(-\frac{10}{21}\right)$; б) $-\frac{4}{5} : \left(-1\frac{1}{15}\right)$; в) $31\frac{1}{2} : 2\frac{1}{31}$;
4) а) $\frac{5}{9} \cdot (-9)$; б) $-\frac{4}{5} : 9$; в) $-14 : \left(-2\frac{4}{5}\right)$;
5) а) $6,5 \cdot 2,6$; б) $-5,3 \cdot 7,7$; в) $-6,4 \cdot (-1,3)$;
6) а) $0,81 : 0,009$; б) $0,1515 : 0,05$; в) $0,361 : 0,19$.

4. Вычислите:

- 1) а) 11^3 ; б) 37^2 ; в) 370^2 ; г) 1100^3 ;
2) а) $(-5)^3$; б) $(-13)^2$; в) $(-0,5)^3$; г) $(-0,13)^2$;
3) а) $\left(\frac{4}{9}\right)^2$; б) $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$; в) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^2$; г) $\left(1\frac{1}{5}\right)^3$.

5. Какой цифрой оканчивается результат:

- 1) 27^2 ; 2) 53^2 ; 3) 142^3 ; 4) 311^3 ?

6. Найдите положительное число, которое при возведении в квадрат:

- 1) увеличивается в 5 раз; 2) уменьшается в 10 раз.

7. Найдите значение выражения:

- 1) $\underbrace{77\dots7}_{100 \text{ раз}} + \underbrace{22\dots2}_{100 \text{ раз}}$; 3) $\underbrace{55\dots5}_{100 \text{ раз}} : 5$;
2) $\underbrace{55\dots5}_{100 \text{ раз}} + \underbrace{88\dots8}_{100 \text{ раз}}$; 4) $\underbrace{55\dots5}_{100 \text{ раз}} : \underbrace{55\dots5}_{50 \text{ раз}}$.

I С—2. Вычисление значения числового выражения

1. Найдите значение выражения:

- 1) а) $3 : 1\frac{1}{2} + 5 : 1\frac{1}{4}$; в) $(10\frac{2}{3} - 5\frac{1}{3}) : 3\frac{1}{3}$;
б) $10\frac{2}{3} - 5\frac{1}{3} : 3\frac{1}{5}$; г) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9} - 5\frac{1}{3} : 10\frac{2}{3}$;
2) а) $0,7 \cdot 1,3 + 5,1 : 0,17$; в) $(3,38 - 2,24) : 1,25$;
б) $3,38 - 2,24 : 1,25$; г) $31,7 : 63,4 - 23,4 : 11,7$.

2. Вычислите:

- 1) сумму квадратов чисел 3,1 и 2,9;
2) квадрат разности чисел 5,3 и -4,7;
3) куб суммы чисел 1,37 и -1,35.

3. Вычислите:

- 1) $(0,008 + 0,992) : (5 \cdot 0,6 - 1,4)$;
2) $13,5 \cdot 9,1 \cdot (-3,3) : (-0,00013)$;
3) $(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65$;
4) $(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625$.

4. Какой цифрой оканчивается разность:

- 1) $114^2 - 7^3$; 2) $115^3 - 15^2$; 3) $17^3 - 13^2$?

I С—3. Решение задач на проценты

1. Найдите 25% от числа:

- 1) 200; 2) 3; 3) 5,7; 4) 0,08.

2. Найдите число, если 17% его равны:

- 1) 340; 2) 8,5; 3) 0,051; 4) 2,89.

3. Сколько процентов число 8 составляет от числа:

- 1) 16; 2) 800; 3) 8000; 4) 0,8?

4. 1) Выразите десятичной дробью числа его процент:

- а) 43%; б) 75%; в) 25%; г) 60%; д) 11,4%.

2) Выразите в процентах дробь числа:

- а) 0,5; б) 0,37; в) 0,7; г) 1,35; д) 1,2.

5. В сплаве меди и цинка меди содержится 20%. Масса сплава 1200 г. Выясните:

- 1) сколько в сплаве меди; 2) сколько в сплаве цинка;
3) какой процент цинка в сплаве;
4) какой процент составляет масса меди от массы цинка.

6. Завод по плану должен был изготовить 537 000 изделий. План был выполнен на 102,5%. Установите:

- 1) сколько изделий выпустил завод;
2) сколько изделий выпустил завод сверх плана.

7. Петя читал книгу, в которой 150 страниц. В первый день он прочитал 20% всей книги, а во второй — 25% оставшейся части. Найдите:

- 1) сколько страниц прочитал Петя в первый день;
2) сколько страниц прочитал Петя во второй день;
3) сколько страниц прочитал Петя за 2 дня;
4) сколько процентов составила часть книги, прочитанная за 2 дня, от всей книги.

8. Сколько процентов составляет:

- 1) число 20 от своего квадрата;
2) число 0,2 от своего куба?

9. Цена изделия сначала возросла на 20%, а затем на столько же процентов снизилась. Как и на сколько процентов изменилась цена по сравнению с первоначальной?

I С—4. Нахождение значений буквенных выражений

1. Найдите значение выражения:

- 1) $x + 3,2$ при $x = -6,8; -3,2; 1\frac{1}{3}$;
2) $-5x$ при $x = -2,6; 0; 1; 2\frac{8}{15}$;
3) $12x - 7$ при $x = -1; 0; -7,6; 0,05$;
4) $3 - 1,5x$ при $x = 4; -2; -\frac{1}{3}; 0,8$.

2. Заполните таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$5x-3$							
$3-5x$							
$x(3-5x)$							

3. Найдите значение данного выражения:

- 1) а) $8a-11b$ при $a=-7$ и $b=-3$; $a=-\frac{3}{4}$ и $b=0,6$;
б) $5x-4y$ при $x=0$ и $y=12$; $x=-1,2$ и $y=3,25$;
- 2) а) $8m+3n+1$ при $m=-4$ и $n=10$; $m=-6,5$ и $n=4\frac{2}{3}$;
б) $1-5p-3q$ при $p=12$ и $q=-16$; $p=q=-11$;
- 3) а) $(a+b)(a-b)$ при $a=1,7$ и $b=-1,3$;
б) $2-0,3(b+3a)$ при $a=-0,2$ и $b=0,6$;
в) $\frac{a+2b}{3} - \frac{2a-5b}{6}$ при $a=2,8$ и $b=0$.

4. Составьте выражение для вычисления площади пола, уложенного n квадратными плитками со стороной a см. Вычислите эту площадь, если $a=20$ и $n=500$.

5. В течение первых a ч пути поезд шел со скоростью v_1 км/ч, а остальные b ч — со скоростью v_2 км/ч.

Запишите в виде выражения:

- 1) общее время движения;
- 2) путь, пройденный со скоростью v_1 км/ч;
- 3) путь, пройденный со скоростью v_2 км/ч;
- 4) весь путь, пройденный поездом;
- 5) среднюю скорость движения поезда.

6. Укажите одно значение x , при котором значение данного выражения является целым числом, и одно, при котором значение этого выражения является дробным числом: 1) $3x$; 2) $2,7x$; 3) $0,3x+5$; 4) $3x+0,1$.

7. Пусть $x+y=5$ и $z=-8$. Найдите:

- 1) $x+y-z$; 3) $x-5z+y$; 5) $\frac{z}{x+y+z}$;
2) $2z-(x+y)$; 4) $3(x+y)+2z$; 6) $z(x+y+5z)$.

8. Запишите трехзначное число, содержащее:

- а) a сотен, 3 десятка, b единиц;
- б) 5 сотен, x десятков, y единиц;
- в) p сотен, p десятков и 3 единицы.

I С—5. Сравнение значений выражений

1. Сравните значения выражений:

1) а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{8}$ и $\frac{1}{2} + \frac{1}{9}$; б) $-\frac{3}{11} - \frac{5}{7}$ и $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$;

2) а) $0,5$ и $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$; б) $-1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ и $-1,6$.

2. Сравните значения выражения:

1) $2x + 5$ при $x = 0$ и $x = -1\frac{2}{3}$;

2) $3 - 3a$ при $a = 1$ и $a = -1$;

3) $3x + 5y$ при $x = -0,3$, $y = 0,6$ и $x = 1,2$, $y = -0,3$.

3. Запишите каждое предложение с помощью знаков неравенства. Подберите три значения переменной, при которых данное неравенство верно, и три, при которых неверно:

1) а) t меньше 5; б) p больше или равно $-11,3$;

в) m — неотрицательное число;

2) а) x меньше 5 и больше или равно 4;

б) a больше 0,01 и меньше 0,02;

в) c больше или равно $-0,7$ и отрицательно.

4. Один сплав состоит из 3 кг олова и 2 кг меди, другой — из 13 кг олова и 7 кг меди. В каком из сплавов процентное содержание олова больше?

5. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

1) $2,8 \cdot 0,16$ и $2,8$; 4) $0,37 : 5$ и $0,37 : \frac{1}{5}$;

2) $2,8 \cdot 0,16$ и $0,16$; 5) $-0,37 : \frac{1}{3}$ и $-0,37$;

3) $-2,8 \cdot 0,16$ и $-2,8$; 6) $86 : (-3,4)$ и $76 : (-3,4)$.

6. Расположите числа в порядке возрастания:

1) $-\frac{5}{13}$; $-\frac{7}{13}$; $-\frac{8}{13}$; $-\frac{1}{13}$; $\frac{1}{100}$; 0;

2) $0,1$; $(0,1)^2$; $(0,1)^3$.

7. Расположите числа в порядке убывания:

1) $1,09$; $1,009$; $-1,23$; $-1,24$; 0;

2) $-0,2$; $(-0,2)^2$; $(-0,2)^3$.

8. Зарплатную плату повысили сначала на 25%, а через 5 месяцев еще на 20%. При каком повышении она возросла больше?

I С–6. Применение свойств действий над числами к вычислениям

1. Вычислите наиболее рациональным способом:

1) а) $6,83 + 7,81 + 3,17 + 8,19$; б) $7\frac{1}{4} + 13\frac{7}{8} + 15\frac{3}{4} + 17\frac{1}{8}$;

2) а) $527 - 825 + 925$; б) $-5,37 + 9,29 + 4,37$;

3) а) $\frac{2}{19} \cdot 13,5 \cdot 19$; б) $28 \cdot 3,9 \cdot \frac{5}{14}$;

4) а) $\frac{3}{11} \cdot \frac{21}{17} \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{17}{21}$; б) $\left(-\frac{7}{31}\right) \cdot \left(-\frac{2}{13}\right) \cdot \left(\frac{31}{7}\right) \cdot \left(-\frac{13}{20}\right)$.

2. Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

1) а) $5 \cdot \left(7 + \frac{1}{5}\right)$; б) $\left(10 + \frac{1}{13}\right) \cdot 13$;

2) а) $12 \cdot 3\frac{5}{12}$; б) $9\frac{1}{4} \cdot 8$.

3. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8}$; б) $\frac{13}{12} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{12}{11}$.

4. Найдите последовательно значение каждой из разностей:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \frac{1}{5} - \frac{1}{6}, \frac{1}{6} - \frac{1}{7}, \frac{1}{7} - \frac{1}{8},$$

а затем значение суммы $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$.

5. Разберите, как выполнено умножение:

$$5 \cdot 424 = 5 \cdot 2 \cdot 212 = 10 \cdot 212 = 2120.$$

Используя данный прием, выполните вычисления устно:

1) а) $5 \cdot 822$; б) $5 \cdot 412$; в) $5 \cdot (-724)$;

2) а) $822,2 \cdot 5$; б) $43,6 \cdot 5$; в) $(-0,626) \cdot 5$.

I С–7. Приведение подобных слагаемых и раскрытие скобок

1. Упростите выражение:

1) а) $2,8 \cdot 5a$; б) $-3,5a \cdot 4$; в) $3,6 \cdot 0,8a$; г) $-8a \cdot (-12)$;

2) а) $8x \cdot (-3a)$; б) $3,5x \cdot 2y$; в) $-0,25y \cdot 8b$; г) $\frac{3}{7}p \cdot \frac{7}{9}q$.

2. Приведите подобные слагаемые:

- 1) а) $2a + 3a$; г) $-2,1y + 7y$; ж) $\frac{1}{3}x - 2x$;
б) $7x - 15x$; д) $-2,5x + x$; з) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{5}a$;
в) $-17b - 3b$; е) $-a - 0,8a$; и) $\frac{5}{6}b - b$;
- 2) а) $8b + 12b - 21b + b$; в) $-p - p - p - 3p - p - p$;
б) $-13c + 12c + 40c - 18c$; г) $4,14a + 8,73a + 5,8a - a$;
- 3) а) $10a - a - b + 7b$; г) $x + y - x - y + 4$;
б) $-15c - 15a + 8a + 4c$; д) $5 - a + 4a - b - 6a$;
в) $0,3x + 1,6y - 0,3x - 0,4y$; е) $1,2c + 1 - 0,6y - 0,8 - 0,2c$.

3. Раскройте скобки:

- 1) а) $c + (a + b)$; в) $c - (a + b)$;
б) $c - (a - b)$; г) $-c - (-a + b)$;
- 2) а) $(a - b) - (c - d)$; в) $x - (a - b) + (c - d)$;
б) $(a - b) + (c - d)$; г) $10 - (a - b) - (c + d)$.

4. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- 1) а) $3b + (5a - 7b)$; в) $5x + (11 - 7x)$;
б) $-3q - (8p - 3q)$; г) $-(8c - 4) + 4$;
- 2) а) $(2 + 3a) + (7a - 2)$; в) $(5 - 3b) + (3b - 11)$;
б) $-(11a + b) - (12a - 3b)$; г) $(5a - 3b) - (2 + 5a - 3b)$;
- 3) а) $a + (a - 10) - (12 + a)$; в) $(1 - 9y) - (22y - 4) - 5$;
б) $(6x - 8) - 5x - (4 - 9x)$; г) $5b - (6b + a) - (a - 6b)$.

5. Упростите выражение:

- 1) а) $3(8a - 4) + 6a$; в) $2(y - 1) - 2y + 12$;
б) $11c + 5(8 - c)$; г) $16 + 3(2 - 3y) + 8y$;
- 2) а) $7p - 2(3p - 1)$; в) $3 - 17a - 11(2a - 3)$;
б) $-4(3a + 2) + 8$; г) $15 - 5(1 - a) - 6a$.

6. Раскройте скобки и упростите:

- а) $a - (a - (2a - 4))$; в) $4y - (3y - (2y - (y + 1)))$;
б) $7x - ((y - x) + 3y)$; г) $5c - (2c - ((b - c) - 2b))$.

7. Найдите значение выражения:

- а) $0,6a + 0,4(a - 55)$ при $a = -8,3$;
б) $1,3(2a - 1) - 16,4$ при $a = 6,5$;
в) $1,2(a - 7) - 1,8(3 - a)$ при $a = 4\frac{1}{3}$;
г) $2\frac{1}{3}(a + 6) - 7\frac{2}{3}(3 - a)$ при $a = -0,7$.

С–8. Решение линейных уравнений

1. Решите уравнение:

- а) $-8x = -24$; г) $-3x = \frac{2}{8}$; ж) $-6 = -\frac{1}{6}x$;
б) $50x = -5$; д) $-x = -1\frac{3}{5}$; з) $-\frac{3}{7}x = \frac{2}{14}$;
в) $-18x = 1$; е) $\frac{1}{5} = -5x$; и) $-0,81x = 72,9$.

2. Определите значение x , при котором значение выражения $-3x$ равно:

- а) 0; б) 6; в) -12; г) $-\frac{3}{17}$; д) $\frac{10}{3}$; е) $2\frac{2}{5}$.

3. На доске было записано решение линейного уравнения, но правую часть данного уравнения стерли. Восстановите ее:

- а) $3x = \quad$, б) $5x = \quad$, в) $\frac{2}{7}x = \quad$,
 $x = -11$; $x = 0$; $x = 14$.
-

4. Выразите каждую из букв, входящих в формулу, через остальные:

- а) $v \cdot t = s$; б) $J \cdot R = U$; в) $m \cdot g = P$.

5. При каких значениях a уравнение $ax = 8$:

- 1) имеет корень, равный -4 , $\frac{1}{7}$, 0; 2) не имеет корней;
3) имеет отрицательный корень?

С–9. Решение уравнений, сводящихся к линейным

1. Решите уравнение:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| 1) а) $3x + 7 = 0$; | в) $0,5x + 0,15 = 0$; |
| б) $13 - 100x = 0$; | г) $8 - 0,8x = 0$; |
| 2) а) $7x - 4 = x - 16$; | г) $1,3p - 11 = 0,8p + 5$; |
| б) $13 - 5x = 8 - 2x$; | д) $0,71x - 13 = 10 - 0,29x$; |
| в) $4y + 15 = 6y + 17$; | е) $8c + 0,73 = 4,61 - 8c$; |
| 3) а) $5x + (3x - 7) = 9$; | в) $48 = 11 - (9a + 2)$; |
| б) $3y - (5 - y) = 11$; | г) $13 - (5x + 11) = 6x$; |
| 4) а) $(7x + 1) - (6x + 3) = 5$; | в) $2 = (3x - 5) - (7 - 4x)$; |
| б) $(8x + 11) - 13 = 9x - 5$; | г) $8x + 5 = 119 + (7 - 3x)$. |

2. При каком значении t :

- 1) значение выражения $5t + 11$ равно значению выражения $7t + 31$;
- 2) значение выражения $8t + 3$ в три раза больше значения выражения $5t - 6$;
- 3) значение выражения $5t + 1$ в два раза меньше значения выражения $10t + 18$;
- 4) значение выражения $0,25t - 31$ на 5 больше значения выражения $\frac{1}{4}t - 18$;
- 5) значение выражения $13t - 7$ на 8 меньше значения выражения $12t + 11$;
- 6) разность выражений $1,5t - 37$ и $1,5t - 73$ равна 36?

3. Решите уравнение:

- а) $(5x - 3) + (7x - 4) = 8 - (15 - 11x)$;
- б) $(4x + 3) - (10x + 11) = 7 + (13 - 4x)$;
- в) $(7 - 5x) - (8 - 4x) + (5x + 6) = 8$;
- г) $(3 - 2x) + (4 - 3x) + (5 - 5x) = 12 + 7x$.

4. Среди данных уравнений выберите те, которые имеют тот же корень, что и уравнение $2x - 3 = 5x + 6$:

$$19(2x - 3) = 19(5x + 6), \quad 5x - 2x = 6 - 3, \quad \frac{2x - 3}{11} = \frac{5x + 6}{11}.$$

Укажите этот корень.

5. Среди данных уравнений укажите те, которые не имеют корней: $5x - 10 = 4x$, $3x + 7 = 3x + 11$, $5 - x = 6 - x$, $|x| = 8$, $|x| + 1 = 0$.

I С-10. Решение задач с помощью уравнений

Решите задачу:

1. Двое рабочих изготовили 657 деталей, причем первый изготовил на 63 детали больше второго. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

2. Папе и бабушке вместе 111 лет. Сколько лет каждому, если папа в 2 раза моложе бабушки?

3. Расстояние между пунктами А и В равно 40 км. Из пункта В выехал велосипедист, а из пункта А навстречу ему — автомобилист. Автомобилист проехал до встречи расстояние, в 4 раза большее, чем велосипедист. На каком расстоянии от пункта А произошла встреча?

4. Стоимость изделия третьего сорта в 3 раза меньше стоимости изделия первого сорта. Сколько стоит каждое изделие, если изделие первого сорта на 5000 р. дороже изделия третьего сорта?

5. За 3 ч мотоциклист проезжает то же расстояние, что велосипедист за 5 ч. Скорость мотоциклиста на 12 км/ч больше скорости велосипедиста. Определите скорость каждого из них.

6. На двух садовых участках 84 яблони. Если с первого участка пересадить на второй одну яблоню, то на первом участке станет в 3 раза больше яблонь, чем останется на втором. Сколько яблонь на каждом участке?

7. Масса ящика с яблоками 22 кг и еще половина его массы. Какова масса ящика с яблоками?

8. Поезд был задержан в пути на 1 ч. Увеличив скорость на 30 км/ч, он через 3 ч прибыл на станцию по расписанию. Какова скорость поезда до остановки?

I С-11. Построение точек в координатной плоскости

1. Постройте систему координат (возьмите единичные отрезки на осях, равные 2 клеткам). Отметьте в координатной плоскости точки:

- 1) (2; 4), (5; -3), (-1; 1), (-2; -3);
- 2) (3; -6), (-6; 3), (-4; -2), (-2; -4);
- 3) (2,5; 1), (2,5; -1), (0,4; 3,5), (-0,4; 3,5);
- 4) (3,2; 0), (-4,5; 0), (0; 1,5), (0; -2,8).

2. Запишите координаты точек (рис. 1).

3. 1) Постройте по две точки в каждой координатной четверти и запишите их координаты.

2) Постройте по две точки на каждой координатной оси и запишите их координаты.

4. Воспользовавшись рисунком 2, найдите:

- 1) координаты вершин изображенного многоугольника;
- 2) координаты точек, в которых стороны многоугольника пересекают ось x , ось y .

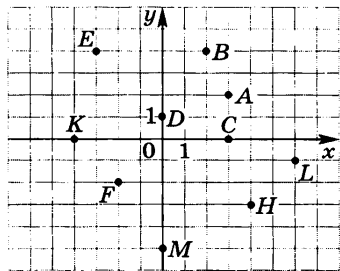


Рис. 1

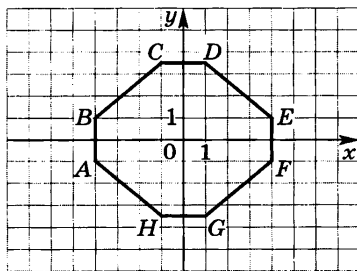


Рис. 2

5. 1) Постройте в координатной плоскости прямую, проходящую через точки $C(-4; 3)$ и $D(3; -1)$. Найдите координаты точек, в которых эта прямая пересекает ось x и ось y .

2) Постройте в координатной плоскости точки $A(-2; -1,5)$, $B(-3,5; 0)$, $C(-2; 1,5)$, $D(2; 1,5)$, $E(3,5; 0)$, $F(2; -1,5)$. Соедините их последовательно отрезками так, чтобы получился многоугольник. Запишите координаты точек, в которых стороны многоугольника пересекают ось y .

6. В каких координатных четвертях расположены точки:

1) $A(-87; 98)$, $B(0,1; -0,01)$, $C(-1,25; -3,48)$;

2) $K(a; -30)$, где $a > 0$; $L(a; b)$, где $a > 0$, $b > 0$?

I С-12. Нахождение значений функции по формуле. Статистические характеристики

1. Найдите значения функции, заданной формулой:

1) $y = 4x - 8$ для значений аргумента, равных $-3; 0; 1; 6$;

2) $y = -\frac{x}{3} - 1$ для значений аргумента, равных $-6; -1; 0; 1,5$;

3) $y = x^2$ для значений аргумента, равных $-3; 0; 3; 4,5$.

2. Составьте таблицу значений функции $y = 0,8 - 0,4x$, где $-1 \leq x \leq 3$, с шагом, равным 1. Пользуясь составленной таблицей, укажите: значение функции, соответствующее значению аргумента, равному 0; значение аргумента, при котором значение функции равно 0.

3. Найдите значение аргумента, при котором:

1) функция $y = -2,5x$ принимает значение, равное 12;

2) функция $y = 4x + 3$ принимает значение, равное $\frac{2}{3}$.

4. Найдите значение переменной b , соответствующее значениям переменной a , равным $-5; 0; 4$:

1) $b = |a| - 4$; 2) $b = |5 + a|$; 3) $|a| + 5b = 4b + 1$.

5. Задайте формулой функцию и укажите несколько пар соответственных значений аргумента и функции, если известно, что:

1) значения функции противоположны значениям аргумента;

2) значения функции в 2 раза больше значений аргумента;

3) значения функции на 3 меньше, чем удвоенные значения аргумента.

6. Найдите значения функции, соответствующие значениям аргумента, равным 1; 0; -6:

$$1) y = \begin{cases} 3x - 3, & \text{если } x \geq 0, \\ \frac{1}{3}x - 3, & \text{если } x < 0; \end{cases} \quad 2) y = \begin{cases} 7, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

7. Дана функция $y = 3x^2 - 5$. Составьте таблицу значений функции в точках -1; 0; 1; 2; 3; 4 и для полученного ряда чисел найдите:

- 1) среднее арифметическое; 3) медиану;
2) размах; 4) моду.

I С-13. Построение графика функции вида $y = kx + b$

1. Заполните таблицу и постройте график линейной функции:

1) $y = -x + 4$

x	0	2
y		

2) $y = 2x + 6$

x		
y		

2. Постройте график линейной функции:

- 1) а) $y = x + 1$; б) $y = -3x - 3$; в) $y = 4x - 6$;
2) а) $y = -\frac{1}{2}x + 1$; б) $y = 0,4x + 2$; в) $y = \frac{2}{3}x - 1$;
3) а) $y = 5$; б) $y = -4$; в) $y = -6,5$.

3. Используя какой-либо график из задания 2, определите:

- 1) чему равно значение функции при значении аргумента, равном 1; -1; 0; 2;
2) при каком значении аргумента значение функции равно 3; -1; 0; -2.

Проверьте свои результаты вычислением.

4. Постройте в одной системе координат графики функций и укажите координаты точки их пересечения:

- 1) $y = 0,5x + 1$ и $y = -x + 4$;
2) $y = 2 - x$ и $y = x - 2$;
3) $y = \frac{1}{3}x - 1$ и $y = x - 1$.

5. Постройте график функции:

1) а) $y = -1 - \frac{x}{3}$; 2) а) $y = 2(x - 3)$, где $x \geq 0$;

б) $y = \frac{2x-6}{3}$; б) $y = \frac{1}{2}(8-x)$, где $x \leq 0$.

6. Постройте график функции, заданной формулами:

1) $y = \begin{cases} 4, & \text{если } x < 0, \\ x+4, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$ 2) $y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x < 0, \\ 1-x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

Является ли функция линейной?

7. Постройте график функции, заданной следующим условием:

а) значения y равны 3 при всех отрицательных значениях x и равны -1 при всех неотрицательных значениях x ;

б) значения y равны 2 при всех положительных значениях x и равны -2 при всех неположительных значениях x .

I С-14. Построение графика функции вида $y = kx$

1. Заполните таблицу и постройте график функции:

1) $y = 2,5x$

x	0	2
y		

2) $y = -2x$

x		
y		

2. Постройте график функции:

1) а) $y = 4x$; б) $y = 1,5x$; в) $y = \frac{1}{3}x$;

2) а) $y = -3x$; б) $y = -\frac{4}{3}x$; в) $y = -0,4x$.

3. Используя какой-либо график из задания 2, определите:

1) чему равно значение функции, если значение аргумента равно 1; 2; $-1,5$; -1 ;

2) при каком значении аргумента значение функции равно 0; 2; -2 ; -3 .

Проверьте свои результаты вычислениями.

4. Функции заданы формулами $y = 3x$, $y = \frac{3}{x}$, $y = -\frac{1}{3}x$, $y = 3x + 2$. Укажите те из них, графиком которых является прямая, проходящая через начало координат, и постройте эти графики.

5. На рисунке 3 изображены графики функций $y = 2x$, $y = -2x$, $y = x + 2$. Рассмотрите расположение прямых в координатной плоскости и укажите, какая формула соответствует каждой из них.

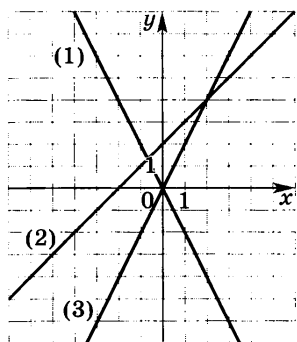


Рис. 3

6. Задайте прямую пропорциональность формулой, если известно, что ее график проходит через точку:

а) $A(2; 9)$; б) $B(3; -7)$.

7. Постройте график функции:

1) а) $y = -\frac{x}{2}$; б) $y = -\frac{x}{0,5}$;

в) $y = \frac{2x}{5}$;

2) а) $y = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0; \end{cases}$ б) $y = \begin{cases} -2x, & \text{если } x \geq 0, \\ 2x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$

I С-15. Чтение графика линейной функции

1. Используя график функции, заполните таблицу:

(1)	x	1	0	-2	3					по рисунку 4;
	y					2	6	-4	-3	

(2)	x	4		-1	-5			-4		по рисунку 5;
	y		1			-1	2		0	

(3)	x	4	1	0	-3					по рисунку 6.
	y					20	5	0	-15	

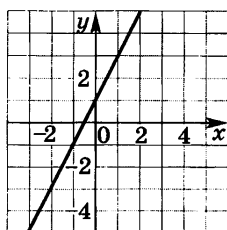


Рис. 4

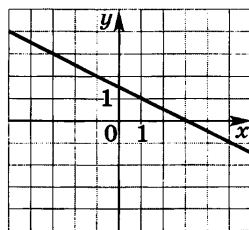


Рис. 5

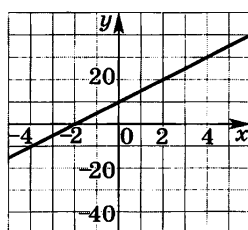


Рис. 6

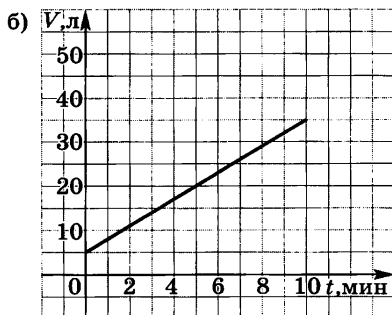
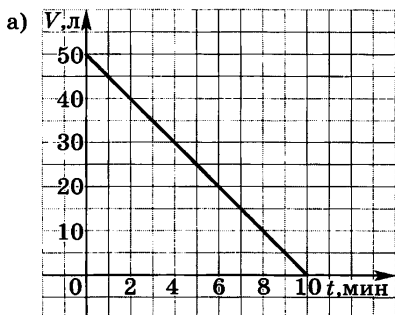


Рис. 7

2. Укажите (рис. 4—6):

- 1) координаты точек пересечения графика с осями x и y ;
- 2) несколько значений x , при которых точки графика расположены над осью x ;
- 3) несколько значений x , при которых точки графика расположены под осью x .

3. На рисунке 7 изображены два графика. Один из них изображает процесс наполнения бака водой, другой — вытекания воды из бака. Ответьте на вопросы:

- 1) сколько литров воды было в баке первоначально;
- 2) сколько литров воды было в баке через 1 мин, через 3 мин, через 5 мин после открытия крана;
- 3) через сколько минут после открытия крана в баке оказалось 20 л воды;
- 4) какой процесс изображен на графике: наполняется бак водой или вода выливается из бака?

4. Используя графики на рисунке 7, определите:

- 1) сколько литров воды наливается в бак каждую минуту;
- 2) сколько воды выливается из бака каждую минуту;
- 3) задайте формулой зависимость количества воды в баке от времени.

1 С-16. Взаимное расположение графиков на координатной плоскости

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = -\frac{1}{3}x + 1$, $y = -\frac{1}{3}x - 2$, $y = -\frac{1}{3}x$. Ответьте на вопросы:

- 1) чему равен угловой коэффициент каждой прямой;
- 2) каково взаимное расположение графиков функций;
- 3) каковы координаты пересечения каждого графика с осями координат?

2. Постройте в одной системе координат графики функций $y = x - 2$, $y = -2x - 2$, $y = -2$. Ответьте на вопросы:

- 1) в какой точке каждый график пересекает ось y , ось x ;
- 2) каково взаимное расположение графиков?

3. В одной системе координат постройте графики функций, вычислив координаты точек пересечения графиков с осями:

$$y = 3x - 6, y = -3x - 6, y = 3x + 6, y = -3x + 6.$$

Укажите пары параллельных прямых.

4. Пересекаются ли графики функций

$$y = 2x - 4 \text{ и } y = -4x + 2; y = 2x - 3 \text{ и } y = 2x + 3?$$

В том случае, когда графики пересекаются, постройте их. Определите по графику координаты точки пересечения и проверьте результаты вычислением.

5. Задайте формулой линейную функцию, если известны угловой коэффициент k соответствующей прямой и координаты точки A , через которую она проходит:

- а) $k = \frac{2}{3}$, $A(-6; -3)$; б) $k = -4$, $A(2; 7)$.

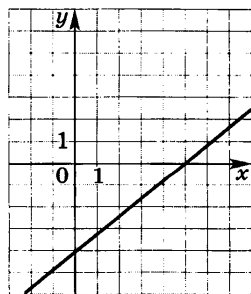


Рис. 8

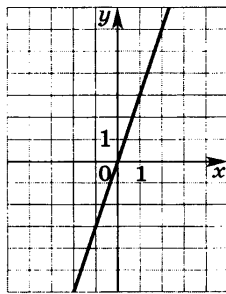


Рис. 9

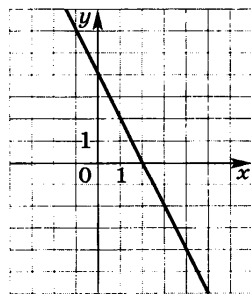


Рис. 10

6. Постройте прямую, если ее угловой коэффициент равен $-0,5$ и она проходит через точку $(-6; 4)$. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен этой прямой и пересекает ось y в точке $(0; 5)$.

7. Ученик допустил ошибки при построении графиков функций $y = \frac{1}{4}x$ (рис. 8), $y = -3x$ (рис. 9) и $y = 2x + 4$ (рис. 10). Докажите, что графики построены неверно (попробуйте решить задачу, не прибегая к вычислениям и к построению прямых).

I С-17. Построение и чтение графиков линейных функций (практические задания)

1. Если к пружине подвешивать груз, то она будет растягиваться (рис. 11). Для изображенной на рисунке пружины ее длину в зависимости от массы подвешиваемого к ней груза можно определять по формуле $l = 30 + 4m$, где l — длина пружины (в см), m — масса груза (в кг), причем m не превосходит 8 кг.

1) С помощью формулы вычислите, какую длину будет иметь пружина, если к ней подвешен груз массой:

а) 5 кг (проверьте ответ по рисунку); б) 8 кг; в) 3 кг; г) 0 кг.

2) Является ли данная зависимость линейной функцией?

3) Начертите координатные оси так, как это сделано на рисунке 12, и постройте график функции $l = 30 + 4m$, где $0 \leq m \leq 8$.

4) С помощью построенного графика найдите l , если:

а) $m = 2,9$; б) $m = 5,5$; в) $m = 1,8$; г) $m = 0$.

В каждом случае истолкуйте результат.

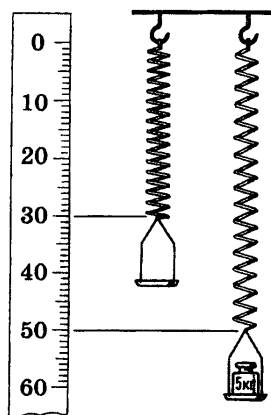


Рис. 11

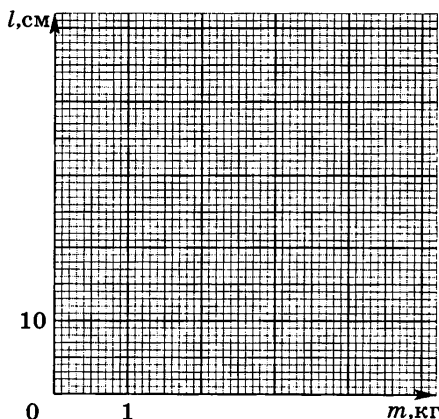


Рис. 12

5) С помощью построенного графика найдите, при каком значении m :

а) $l=60$; б) $l=45$; в) $l=58$; г) $l=30$.

В каждом случае истолкуйте результат.

2. Дорожный просвет — это расстояние между днищем автомобиля и дорогой, на которой он стоит. Для некоторого легкового автомобиля дорожный просвет можно вычислить по формуле $h=40-\frac{m}{50}$, где h — дорожный просвет (в см), m — масса груза, погруженного в автомобиль (в кг).

1) Вычислите дорожный просвет, если масса груза в автомобиле равна:

а) 100 кг; б) 150 кг; в) 200 кг; г) 0 кг.

2) Является ли зависимость величины дорожного просвета от массы груза, погруженного в автомобиль, линейной функцией? Чему в этом случае равны коэффициенты k и b ?

3) Начертите координатные оси, выбрав на них подходящий масштаб, и постройте график функции $h=40-\frac{m}{50}$, где $0 \leq m \leq 600$.

4) С помощью построенного графика найдите h , если:

а) $m=25$; б) $m=90$; в) $m=160$; г) $m=210$; д) $m=0$.

В каждом случае истолкуйте результат.

5) С помощью построенного графика найдите, какой груз погружен в автомобиль, если дорожный просвет равен:

а) 33 см; б) 38 см; в) 35 см; г) 40 см.

6) С помощью графика определите:

а) на сколько сантиметров уменьшится дорожный просвет, если к грузу в 50 кг добавить груз в 25 кг; к грузу в 100 кг добавить груз в 25 кг;

б) на сколько сантиметров увеличится дорожный просвет, если с машины с грузом в 150 кг снять груз в 50 кг.

I С—18. Вычисление значения числового выражения, содержащего степень

1. Найдите значение выражения:

1) а) 3^4 ; б) $(0,6)^2$; в) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$; г) $\left(1\frac{1}{2}\right)^5$;

2) а) $(-8)^2$; б) $(-0,5)^3$; в) $(-1)^7$; г) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$;

3) а) -7^2 ; б) $-(-\frac{2}{3})^3$; в) $-(-0,1)^4$.

2. Сравните с нулем значение выражения (ответ запишите в виде неравенства):

а) $(-9,2)^2$; б) $(-13,6)^3$; в) -47^5 ; г) $-7,2^2$.

3. Представьте в виде степени:

- 1) с основанием 2 число 2; 8; 32; 128;
- 2) с основанием 0,1 число 0,1; 0,001; 0,00001;
- 3) с основанием $-\frac{1}{2}$ число $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{64}$;
- 4) с основанием -3 число 81; -27 ; -3 .

4. Вычислите:

- 1) а) $0,1 \cdot 60^2$; б) $\frac{0,4^3}{50}$; в) $-3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$; г) $0,2 \cdot (-2)^4$;
- 2) а) $\left(4 \cdot \frac{3}{8}\right)^2$; б) $\left(6 : \frac{2}{3}\right)^3$; в) $7 + 7^2$; г) $(4,9 - 5,1)^5$;
- 3) а) $6^3 - (-8)^2$; б) $-10^4 + (-5)^3$; в) $(-1)^5 - (-1)^{10}$.

5. Вычислите с помощью калькулятора:

- 1) а) $27,5^3$; б) $4,8^4$; в) $(-1,2)^5$;
- 2) а) $6,54^2 : 3,27$; б) $(26,4 - 24,8)^4$; в) $10,209 + 3,1^2$.

6. Найдите:

- 1) сумму квадратов чисел 0,3 и $-0,7$;
- 2) квадрат суммы чисел 6,4 и $-5,9$;
- 3) разность квадратов чисел 1,5 и 0,6;
- 4) квадрат разности чисел $-1,7$ и $-0,3$.

7. Найдите значение выражения:

- 1) а) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1 \frac{1}{3} - (0,5)^2$; б) $3000 \cdot (0,2)^3 - (-2)^6$;
- 2) а) $\frac{1,6}{(0,4)^2} - (-3)^3$; б) $3^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{1}{(-0,1)^3}$.

8. Не выполняя вычислений, сравните значение данного выражения с нулем:

- 1) а) $(-4,1) \cdot (-5,6)^6$; б) $(-3,3)^3 : (-5,7)$;
- 2) а) $-(4,8)^2 \cdot (-1,2)^4$; б) $-(-2,7)^4 \cdot (-6,4)^5$.

9. Сравните значения выражений:

- 1) а) $(-6,5)^4$ и $(-2,4)^3$;
- б) $(-0,8)^2 \cdot (-4,9)$ и $(-4,7)^5 : (-0,6)^3$;
- 2) а) $(-0,2)^6$ и $(-0,2)^{10}$; б) $(-1,5)^7$ и $(-1,5)^9$.

I С-19. Вычисление значения буквенного выражения, содержащего степень

1. Вычислите значение выражения:

1) x^2 при $x=7$; -11 ; $0,8$; $-\frac{4}{5}$; $1\frac{1}{3}$;

2) y^3 при $y=5$; $0,1$; -3 ; $-\frac{1}{4}$;

3) $10a^2$ при $a=9$; $-0,5$; $-1,2$;

4) $0,5b^3$ при $b=6$; $-0,4$; -5 ;

5) $28-c^2$ при $c=12$; 0 ; -10 ;

6) x^3-x^2 при $x=0,3$; -6 .

2. 1) Найдите значения выражений x^2 , $-x^2$, x^2-4 для заданных значений x и заполните таблицу (используйте найденные значения выражения x^2 для вычисления значений двух других выражений):

x	-5	-2,5	0	0,3	1	12
x^2						
$-x^2$						
x^2-4						

2) Найдите значения выражений x^3 , $0,1x^3$, x^3+10 для заданных значений x и заполните таблицу:

x	-4	-0,3	-1	0	9
x^3					
$0,1x^3$					
x^3+10					

3. Найдите значение выражения:

1) $(xy)^2$ при $x=12$ и $y=-0,5$; $x=-14$ и $y=-1$;

2) $\left(\frac{x}{y}\right)^3$ при $x=-6$ и $y=1,5$; $x=0$ и $y=-23$;

3) $(x+y)^4$ при $x=0,7$ и $y=0,3$; $x=-11$ и $y=6$;

4) $(y-x)^3$ при $x=-14$ и $y=-10$; $x=0,9$ и $y=1,1$.

4. Сравните значения выражений:

- 1) $-a^2$ и $(-a)^2$ при $a=3; -5; 0$;
2) $-a^3$ и $(-a)^3$ при $a=10; -2; 0$.

5. Поставьте вместо многоточия такой из знаков $>$, $<$, \geq , \leq , при котором получившееся неравенство будет верным при любых значениях x и y :

- 1) а) $x^2 \dots 0$; в) $x^2 + 4 \dots 0$; д) $(x + 5)^2 \dots 0$;
 б) $-x^2 \dots 0$; г) $-x^2 - 2 \dots 0$;
2) а) $x^2 + y^2 \dots 0$; в) $(x - y)^2 \dots 0$;
 б) $x^2 + y^2 + 10 \dots 0$; г) $-5(x + y)^2 \dots 0$.

I С-20. Умножение и деление степеней с одинаковыми основаниями

1. Представьте в виде степени произведение:

- 1) а) $c^7 \cdot c^4$; б) $a \cdot a^2$; в) $x^3 \cdot x^3$; г) $3^8 \cdot 3^4$;
2) а) $b \cdot b^2 \cdot b^3$; б) $x^6 \cdot x^3 \cdot x^7$; в) $(-7)^3 \cdot (-7)^6 \cdot (-7)^9$.

2. Представьте в виде степени частное:

- 1) а) $x^8 : x^4$; б) $a^{10} : a^9$; в) $c^6 : c$; г) $a^5 : a^5$;
2) а) $2^{14} : 2^8$; б) $(0,1)^{20} : (0,1)^6$; в) $(-0,5)^{16} : (-0,5)^8$.

3. Замените значок $*$ степенью с основанием a так, чтобы стало верным равенство:

- 1) $a^3 \cdot * = a^{10}$; 2) $* \cdot a = a^2$; 3) $a^{12} : * = a^6$; 4) $* : a^5 = a^6$.

4. Используя правила умножения и деления степеней, упростите выражение:

- 1) $x^2 \cdot x^8 : x$; 2) $x^5 : x^2 : x^2$; 3) $x^{15} : x^5 \cdot x$; 4) $x^{10} : x^6 \cdot x^4$.

5. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{10^{15} \cdot 10^7}{10^{19}}$; 2) $\frac{7^8}{7 \cdot 7^5}$; 3) $\frac{(-3)^5 \cdot (-3)^3}{(-3)^7}$; 4) $\frac{(0,2)^8 \cdot (0,2)^2}{(0,2)^4 \cdot (0,2)^3}$.

6. Сравните с нулем значение выражения:

- 1) $(-11)^9 \cdot (-11)^8$; 2) $(-6)^4 \cdot (-6)^{10}$; 3) $(-14)^{25} : (-14)^8$.

7. Представьте в виде степени выражение:

- 1) $a^m \cdot a^4$; 3) $y^n : y^3$; 5) $c \cdot c^n$;
2) $b^n \cdot b^{2n}$; 4) $y^{10} : y^m$; 6) $c^n : c$.

8. Упростите выражение:

- 1) а) $x^{10} : (x^{10} : x^5)$; б) $x^{18} \cdot (x^9 : x^7)$; в) $x^6 : (x \cdot x^5)$;
2) а) $(x^4 \cdot x^3) : (x^3 \cdot x^2)$; б) $(x^{16} : x^8) : x^4 \cdot x^2$.

9. Сравните с нулем значение выражения:

1) $-(-8)^3 \cdot (-8)^{11}$; 2) $(-6)^{12} \cdot 6^4$.

10. Представьте данное выражение сначала в виде произведения степеней, а затем в виде частного степеней:

1) x^{n+6} ; 2) a^{3n} ; 3) y^n .

I С-21. Возведение в степень произведения и степени

1. Возведите в степень произведение:

1) а) $(ab)^9$; б) $(xyz)^7$; в) $(0,1x)^4$; г) $(2ac)^4$; д) $\left(\frac{1}{3}xyz\right)^3$;
2) а) $(-2a)^3$; б) $(-0,4c)^2$; в) $(-3xy)^5$; г) $\left(-\frac{2}{3}abc\right)^4$.

2. Выполните возведение в степень, представив предварительно основание степени в виде произведения множителей -1 и x :

1) а) $(-x)^2$; б) $(-x)^8$; в) $(-x)^{100}$; г) $(-x)^{2n}$;
2) а) $(-x)^3$; б) $(-x)^9$; в) $(-x)^{71}$; г) $(-x)^{2n+1}$.

3. Представьте произведение в виде степени:

1) а) x^5y^5 ; б) $36a^2b^2$; в) $0,001x^3c^3$;
2) а) $-x^3$; б) $-8x^3$; в) $-32a^5b^5$;
3) а) $-x^5y^5z^5$; б) $0,027a^3b^3c^3$; в) $-\frac{1}{64}x^3a^3z^3$.

4. Вычислите значение выражения, используя свойство степени произведения:

1) $5^3 \cdot 2^3$; 2) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot 20^4$; 3) $(0,5)^3 \cdot 60^3$; 4) $(1,2)^4 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^4$.

5. Выполните возведение в степень:

1) а) $(x^5)^2$; б) $(x^4)^3$; в) $(x^{10})^{10}$; г) $(x^m)^2$;
2) а) $(-a^2)^3$; б) $(-a^3)^2$; в) $(-a^4)^{2n}$.

6. Замените значок $*$ таким выражением, чтобы выполнялось равенство:

1) $(*)^5 = a^{25}$; 2) $(*)^2 = a^{10}$; 3) $(*)^3 = a^{3n}$; 4) $(*)^n = a^{2n}$.

7. Упростите выражение:

1) $((x^2)^2)^2$; 2) $((x^3)^3)^3$; 3) $((x^2)^3)^4$; 4) $((-x)^3)^2$; 5) $(-(-x)^2)^3$.

8. Представьте выражение в виде степени:

1) с основанием 2: а) 8^5 ; б) $(16^2)^3$;
2) с основанием -2 : а) 4^2 ; б) $((-4)^3)^2$.

9. Среди выражений укажите такие, которые:

- 1) тождественно равны x^2 : $(-x)^2$, $-(-x)^2$, $-(-x^2)$;
- 2) тождественно равны x^3 : $(-x)^3$, $-(-x^3)$, $-(-x)^3$.

I С–22. Различные преобразования выражений, содержащих степени

1. Упростите выражение:

- 1) а) $x^3 \cdot (-x^4)$; б) $x^3 \cdot (-x)^4$; в) $(-x)^3 \cdot x^4$; г) $(-x^3) \cdot (-x)^4$;
- 2) а) $(a^2)^5 \cdot a^5$; б) $(a^2 \cdot a^5)^2$; в) $a^4 \cdot (a^4)^4$; г) $(a \cdot a^7)^7$;
- 3) а) $(c^4)^2 \cdot (c^2)^4$; б) $(c \cdot c^2)^2 \cdot (c \cdot c^2)^3$; в) $(c^5)^2 \cdot (c^2 \cdot c^3)^2$;
- 4) а) $y^{12} : (y^6)^2$; б) $(y^4)^5 : (y^4)^2$; в) $(y \cdot y^2)^3 : (y \cdot y^3)^2$.

2. Придумайте какое-либо выражение с переменной x , в результате преобразования которого получилось бы выражение: а) x^{12} ; б) x^{30} ; в) $-x^{24}$.

3. Используя свойства степеней, найдите значение выражения:

- 1) а) $3^7 \cdot (3^2)^3 : 3^{10}$; б) $5^{20} : (5^2)^5 : 5^8$;
- 2) а) $\frac{9^4}{3^7}$; б) $\frac{8^5}{4^6}$; в) $\frac{27^2 \cdot 9^4}{81^2}$;
- 3) а) $\frac{10^{12}}{2^6 \cdot 5^6}$; б) $\frac{5^{16} \cdot 3^{16}}{15^{14}}$; в) $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5}$.

4. Замените значок $*$ некоторым выражением так, чтобы стало верным равенство:

- 1) $(a \cdot a^4)^2 : * = a^2$; 3) $(a^3)^2 \cdot * = -a^{24}$;
- 2) $(a^3)^2 \cdot * = a^{24}$; 4) $a^6 \cdot (a \cdot a^2)^2 = * \cdot (-a^4)$.

5. Выполняя задания на преобразование выражений, содержащих степени, ученик допустил следующие ошибки:

- 1) а) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 4^5$; б) $(-3)^2 = -3 \cdot 3 = -9$; в) $7^1 = 1$; г) $0^0 = 1$;
- 2) а) $2^3 \cdot 2^7 = 2^{21}$; б) $2^3 \cdot 2^7 = 4^{10}$; в) $2^3 + 2^7 = 2^{10}$; г) $2^{30} : 2^{10} = 2^3$;
- 3) а) $(2x)^3 = 2x^3$; б) $(a^3)^2 = a^9$; в) $(a^2)^3 \cdot (a^4)^2 = (a^6)^5 = a^{30}$.

Какие определения, свойства, правила не знает ученик?

I С–23. Вычисление значения одночлена

1. Найдите значение одночлена:

- 1) $3,5x^2$ для $x=4$; $0,2$; 0 ; -1 ; -10 ;
- 2) $-4a^3$ для $a=-9$; $-0,5$; 0 ; 3 ; 10 ;
- 3) $6xy$ для $x=7$ и $y=1,5$; $x=1\frac{2}{3}$ и $y=-1,4$;
- 4) $-0,02a^2c$ для $a=-5$ и $c=-8$; $a=-4$ и $c=100$;
- 5) $10abc$ для $a=1$, $b=-1$ и $c=0,4$; $a=-2$, $b=-3$ и $c=5$.

2. Составьте таблицу значений одночлена:

- 1) $2x^2$ для значений x из промежутка от -1 до 1 с шагом, равным $0,2$;
- 2) $0,1x^3$ для значений x из промежутка от -10 до 10 с шагом, равным 2 .

3. Найдите с помощью калькулятора значение одночлена:

- 1) $0,4abc$ для $a=1,2$, $b=0,6$ и $c=2,3$;
- 2) $1,5x^3y$ для $x=12$ и $y=1,6$;
- 3) $-2,2x^3y^2$ для $x=0,4$ и $y=1,5$;
- 4) $4,5a^3b^3c$ для $a=3,5$, $b=0,6$ и $c=-8,8$.

4. Найдите:

- 1) значение c , при котором значение одночлена $0,4c$ равно 0 ; 1 ; -1 ; 10 ;
- 2) какую-нибудь пару значений b и c , при которых значение одночлена $6bc$ равно 12 ; -60 ; 0 ; 3 .

5. Верно ли, что одночлен:

- 1) $70a^2$ при любом a принимает положительные значения;
- 2) $0,04c^2$ при любом c принимает неотрицательные значения;
- 3) $-25x^2$ при любом x принимает отрицательные значения;
- 4) $6y^3$ при любом y принимает положительные значения?

При утвердительном ответе обоснуйте свое заключение, при отрицательном приведите опровергающий пример.

I С–24. Умножение одночленов и возведение одночлена в степень

1. Выполните умножение:

- 1) а) $1,5x \cdot 8x$; б) $-a^2 \cdot 4a^3$; в) $6y \cdot \left(-\frac{1}{3}y^2\right)$;
- 2) а) $\frac{2}{3}a \cdot 12ab^2$; б) $0,5x^2y \cdot (-xy)$; в) $-0,4x^4y^2 \cdot 2,5x^2y^4$.

2. Перемножьте одночлены:

- 1) $10ax^4$, $-0,1a^5$ и $-0,5a^2x^8$;
- 2) $-\frac{1}{3}a^2bc$, $-15ab^2c$ и $0,2abc^2$.

3. Замените значок $*$ одночленом стандартного вида так, чтобы получившееся равенство было тождеством:

- 1) $6a^2 \cdot * = 24a^3b$;
- 2) $* \cdot 5x^2y^3 = -30x^3y^5$.

4. Выполните возведение одночлена в степень:

- 1) а) $(8x)^2$; б) $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^3$; в) $(0,2y^3)^4$;
2) а) $(4xy)^3$; б) $(8a^2b)^2$; в) $(2a^2c^3)^3$;
3) а) $\left(-\frac{1}{2}ab\right)^3$; б) $(-10a^3b^2)^4$; в) $(-xy^2z^3)^5$;
4) а) $-(2ax^2)^2$; б) $-(-4x^3c)^3$; в) $-(-a^2b^3c^4)^4$.

5. Представьте в виде:

- 1) квадрата одночлена выражение $\frac{1}{4}x^4$; $0,36a^6b^8$;
2) куба одночлена выражение $0,001x^6$; $-125a^3c^9$.

6. Упростите выражение:

- 1) а) $20a^3 \cdot (5a)^2$; б) $-0,4x^5 \cdot (2x^3)^4$; в) $(-c^3)^2 \cdot 12c^6$;
2) а) $(3x^6y^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}xy^2\right)$; б) $\left(-\frac{2}{3}ab^5\right)^3 \cdot 18a^5b$.

7. Представьте в виде одночлена стандартного вида:

- 1) а) $(4ac^2)^3 \cdot (0,5a^3c)^2$; б) $\left(\frac{2}{3}x^2y^3\right)^3 \cdot (-9x^4)^2$;
2) а) $-(-x^2y^4)^4 \cdot (6x^4y)^2$; б) $(-10a^3b^2)^5 \cdot (-0,2ab^2)^5$.

8. Можно ли представить в виде квадрата одночлена выражение:

- 1) а) $81x^2y^4$; б) $-100x^4y^8$;
2) а) $-5x^3y^5 \cdot \left(-\frac{1}{5}x^5y^3\right)$;
б) $-(-3xy)^3 \cdot 27y^6$

I С–25. Приведение многочленов к стандартному виду

1. Приведите многочлен к стандартному виду:

- 1) а) $x^2y + y \cdot x \cdot y$; б) $3x \cdot 6y^2 - 5x^2 \cdot 7y$;
в) $2a \cdot a^2 \cdot 3b + a \cdot 8c$; г) $8x \cdot 3y \cdot (-5y) - 7x^2 \cdot (-4y)$;
2) а) $11a^5 - 8a^5 + 3a^5 + a^5$;
б) $1,9x^3 - 2,9x^3 - x^3$;
в) $20xy + 5yx - 17xy$;
г) $8ab^2 - 3ab^2 + ab^2 - 7ab^2$.

2. Приведите подобные члены и укажите степень многочлена:

- 1) а) $3t^2 - 5t^2 - 11t - 3t^2 + 5t + 11$;
б) $x^2 + 5x - 4 - x^3 - 5x^2 + 4x - 13$;
в) $m^3 + m^2 + m + 1 - m^4 - m^3 - m^2 - m - 1$;

- 2) а) $2x^2 + 7xy - 5x^2 - 11xy + 3y^2$;
 б) $4b^2 + a^2 + 6ab - 11b^2 - 6ab$;
 в) $3a^2x + 3ax^2 + 5a^3 + 3ax^2 - 8a^2x - 10a^3$.

3. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $-x - 3y - 4 + 2y$ при $x = -15$, $y = -4$;
 2) $2pq - 2p - p + 2q$ при $p = -3$, $q = -7$;
 3) $3uv^3 + u^2v^2 - 2uv^3 + u^3v - u^4$ при $u = 1$, $v = -1$.

4. Дан многочлен $4x^2 + 5x^2 - 3x + 15$. Составьте новый многочлен и запишите его в стандартном виде, подставив вместо x : 1) b ; 2) $-x$; 3) $3b$; 4) $3x^2$.

5. Приведите подобные члены многочлена:

- а) $2p^2 + 3pq - q^2 + 7q^2 - 2qp + 5q^2 - 9p^2 - pq - 12q^2$;
 б) $27a^2bc + 23ab^2c - 25abc^2 - 11abc^2 - 33a^2bc + 48ab^2c$.

6. Вместо значка $*$ запишите такой одночлен, чтобы получился многочлен 5-й степени:

- а) $x^4 + 2x^3 - x^2 + 1 + *$; в) $3x^5 + 2x - 11 + *$;
 б) $x^6 - 3x^5 + 5x + *$; г) $a^3b^2 + ab^2 + a^2b^4 + *$.

7. Вместо значка $*$ запишите такой одночлен, чтобы получившийся многочлен стандартного вида не содержал переменную a :

- а) $3a - 11 - 5a + 17 - 8a + 23 + *$;
 б) $3ax^2 - 5x^3 + 4x^2 + 8x^2a - 5 + 11x + *$;
 в) $2x^2 + 3ax - 9a^2 + 8x^2 - 5ax + 8a^2 + 3x^2 + 2ax + *$.

8. Из перечисленных многочленов выпишите те, значения которых положительны при всех значениях входящих в них переменных; отрицательны при всех значениях входящих в них переменных:

- 1) $x^4 + 2x^2 + 5$, $x^7 + x^3 + x$, $-x^2 - 7$;
 2) $-a^2 - u^2 - a^4u^2 - 3$, $-a - u - 6$, $a^2 + u^2 + 5$.

I С-26. Сложение и вычитание многочленов

1. Составьте сумму и разность многочленов и приведите их к стандартному виду:

- 1) а) $7x^2 - 5x + 3$ и $7x^2 - 5$; в) $a + 3b$ и $3a - 3b$;
 б) $3x + 1$ и $-3x^2 - 3x + 1$; г) $a^2 - 5ab - b^2$ и $a^2 + b^2$;
 2) а) $2y^2 + 8y - 11$ и $3y^2 - 6y + 3$;
 б) $9a^3 - a - 3$ и $9a^2 + a - 4$;
 в) $4m^4 + 4m^2 - 13$ и $4m^4 - 4m^2 + 13$;
 г) $2p^2 + 3pq + 8q^2$ и $6p^2 - pq - 8q^2$.

2. Упростите выражение:

- а) $(2a + 5b) + (8a - 11b) + (9b - 5a)$;
б) $(3x + 10y) - (6x + 3y) + (6y - 8x)$;
в) $(8c^2 + 3c) + (-7c^2 - 11c + 3) - (-3c^2 - 4)$;
г) $(v + u - k) - (v - u) + (v - u + k)$.

3. Автомобиль был в пути 4 ч. За первый час он проехал a км, а в каждый следующий час проезжал на 5 км больше, чем в предыдущий. Найдите путь, пройденный автомобилем:

- 1) за второй час; 4) за последние два часа;
2) за третий час; 5) за все время движения.
3) за первые два часа;

4. Запишите сумму и разность многочленов в стандартном виде:

- 1) $15m^7 - 3m^4 + m^3 + 5$ и $-15m^7 + 3m^4 - m^3 - 5$;
2) $8a^3 + 3a^2b - 5ab^2 + b^3$ и $18a^3 - 3a^2b - 5ab^2 + 2b^3$.

5. Упростите выражение:

- 1) $(3x - 5y - 8v) - (2x + 7y - 3v) + (5v - 11x + y)$;
2) $(2a^3 + 3a^2 - a + 1) - (4a^4 + 6a^3 - 2a^2 + 2a) - (2a^5 + 3a^4 - a^3 + a^2)$.

6. Запишите во втором столбце многочлен, сумма которого с многочленом из первого столбца равна многочлену из третьего столбца:

- | | | |
|------------------------|--|---------------------|
| 1) $3x + 5$ | | $8x - 11$ |
| 2) $7x + 3$ | | $x^2 + 7x - 15$ |
| 3) $a^3 + 3a^2b + b^3$ | | $a^3 + 3a^2b + b^3$ |
| 4) $2x^2y - 3xy^2 - 8$ | | 0 |
| 5) $x^2 + 2xy + y^2$ | | $x^2 - 2xy + y^2$ |
| 6) $3x + 2a$ | | $2x + b$ |

I С-27. Заключение многочленов в скобки

1. Представьте многочлен в виде суммы двух многочленов, один из которых содержит переменную a , а другой нет:

- 1) а) $ax + ay + x + y$; б) $a^3 + a^2 + a - 8x + y$;
2) а) $ax^2 + x + a + 1$; б) $aq^2 - q - aq + q^2$.

2. Представьте многочлен в виде разности двух многочленов, один из которых содержит переменную b , а другой нет (проверьте результат, раскрыв мысленно скобки):

- 1) а) $bm - bn - m - n$; 2) а) $bx - by - b - x + y + 1$;
б) $bx + by + x - y$; б) $-bx + by + x - y - b + 1$;
в) $ab + ac - b - c$; в) $-a^2 + b^2 + 2a - 1$.

3. Представьте многочлен в виде разности двух многочленов с положительными коэффициентами:

- а) $ax + by - c - d$; в) $5x - 3y - z$;
б) $3x - 3y + z - a$; г) $-2x + y - z$.

4. Представьте данное выражение в виде суммы или разности двух многочленов, один из которых содержит переменную x , а другой не содержит:

- а) $(2x^2 - 3a + b) - (a^2 - 5x - 1) - (b + x^2 - 7x)$;
б) $(8ax^2 + 3ab^2 - b) - (x^2 - ax^2 - b) - x$.

I С-28. Умножение одночлена на многочлен

1. Выполните умножение:

- 1) а) $m(n + k)$; в) $k(a - b + 2)$;
б) $-l(q - r)$; г) $-x(p - t + 3)$;
2) а) $3x^2(x - 3)$; в) $-5x^4(2x - x^3)$;
б) $-4x^3(x^2 - a)$; г) $(q^{10} - q^{11}) \cdot 8q^{15}$;
3) а) $3x(x^4 + x^2 - 1)$; г) $2a(2a^2 - 8ab + b^2)$;
б) $-5a(a^2 - 3a - 4)$; д) $x^2(x^5 - x^3 + 2x - 1)$;
в) $(4b^2 - 4b + 16) \cdot 0,5b$; е) $-3z(-5z^3 + 2z^2 - z + 1)$.

2. Запишите вместо значка $*$ такой одночлен, чтобы получившееся равенство было тождеством:

- 1) а) $* \cdot (n + k) = mn + mk$; б) $(q + r) \cdot * = -lq - lr$;
2) а) $(b + c - m) \cdot * = ab + ac - am$;
б) $* \cdot (c - m + k) = -abc + abm - abk$;
3) а) $* \cdot (ab - b^2) = a^3b - a^2b^2$; б) $(a - b) \cdot * = a^3b - a^2b^2$.

3. Упростите выражение:

- 1) а) $3(x + 1) + (x + 1)$; в) $3(y + 5) - 2(y - 6)$;
б) $(a - 2) - 2(a - 2)$; г) $13(6b - 1) - 6(13b - 1)$;
2) а) $3x(x - 2) - 5x(x + 3)$; в) $2a(a - b) + 2b(a + b)$;
б) $2y(x - y) + y(3y - 2x)$; г) $3p(8c + 1) - 8c(3p - 5)$;
3) а) $m(m^2 - m) + (m^2 - m + 1)$; в) $p(p^2 - 2a) + a(2p - a^2)$;
б) $5n^2(3n + 1) - 2n(5n^2 - 3)$; г) $x(x^3 + x^2 + x) - (x^3 + x^2 + x)$.

4. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $2a(a + b) - b(2a - b) - b(b + 1)$ при $a = -0,3$, $b = -0,4$;
2) $x^2(x^2 - 3x + 1) - 2x(x^3 - 3x^2 + x) + x^4 - 3x^3 + x^2$ при $x = 1\frac{1}{3}$.

5. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

- 1) а) $x^5y(y^4 + xy^5 - x^2y^6 + x^3y^7)$;
б) $(2x^3 + 3x^2 - a - a^2)xya$;
2) а) $2x(5x^3 - 3x - bx + b^3) \cdot b$;
б) $-xt(x^2t^2 - xt - 3) \cdot p$.

I С–29. Решение уравнений

1. Решите уравнение:

- 1) а) $(3x+5)+(8x+1)=17$; в) $(3-5,8x)-(2,2x+3)=16$;
б) $19-5(3x-1)=9$; г) $21=-20-8(2x-0,5)$;
2) а) $30+5(3x-1)=35x-25$; в) $-10(3-4x)+51=7(5x+3)$;
б) $10x-5=6(8x+3)-5x$; г) $6x-5(3x+2)=5(x-1)-8$;
3) а) $6(8x+5)=0$; в) $-8(2x-0,5)=0$;
б) $6(8x+5)=-6$; г) $-8(2x-0,5)=-8$.

2. При каком значении x :

- 1) значение многочлена $8-7x$ равно 0;
2) значения многочленов $0,2x-1$ и $3-0,8x$ равны;
3) значение двучлена $8x+5$ на 25 больше значения двучлена $3x+10$;
4) удвоенное значение двучлена $x-4$ на 8 меньше значения одночлена $8x$?

3. Решите уравнение:

- 1) а) $3(1-2x)-5(3-x)-6(3x-4)=83$;
б) $23-3(b+1)+5(6b-7)-7(3b-1)=0$;
в) $x(2x+3)-5(x^2-3x)=3x(7-x)$;
2) а) $2m+m(3-(m+1))=m(2-m)+12$;
б) $7+3(-k-3(k+5))=5(7-2k)+k$.

4. Придумайте два различных многочлена первой степени с переменной x , которые принимают равные значения при x , равном 6. Равны ли значения этих многочленов при x , равном 9?

I С–30. Решение уравнений

1. Решите уравнение:

- 1) а) $\frac{2x+1}{5}=1$; б) $\frac{3x-8}{2}=-1$; в) $\frac{11-3x}{4}=\frac{1}{2}$;
2) а) $\frac{3x+7}{5}=\frac{6x+4}{5}$; б) $\frac{7x-3}{6}=\frac{5x+1}{2}$; в) $\frac{2x-1}{6}=\frac{6-x}{8}$;
3) а) $\frac{2x+3}{3}+\frac{4x-3}{3}=1$; г) $\frac{x}{4}-\frac{x-3}{5}=-1$;
б) $x-\frac{10x+1}{6}=\frac{4x+1}{6}$; д) $\frac{2x+1}{5}+\frac{3x+1}{7}=2$;
в) $\frac{x}{5}+\frac{x+2}{15}=\frac{1}{3}$; е) $\frac{8x-3}{7}-\frac{3x+1}{10}=2$.

2. Решите уравнение:

1) $\frac{2x-3}{3} + \frac{7x-13}{6} + \frac{5-2x}{2} = x - 1$;

2) $\frac{x-2}{5} + \frac{2x-5}{4} + \frac{4x-1}{20} = 4 - x$;

3) $x^2 - 3x - 1 - \frac{2x^2 + 3x - 5}{2} = 1,5$.

I С-31. Решение задач

1. Даны два двучлена $3x + 7$ и $5x - 11$. Запишите с помощью уравнения следующее предложение:

- 1) значение суммы этих двучленов равно 12;
- 2) значение первого двучлена на 15 больше значения второго;
- 3) значение второго двучлена на 15 меньше значения первого;
- 4) значение первого двучлена равно удвоенному значению второго;
- 5) значение второго двучлена, увеличенное на 6, равно удвоенному значению первого.

2. Решите задачу:

1) Мастер изготовляет на 8 деталей в час больше, чем ученик. Ученик работал 6 ч, а мастер 8 ч, и вместе они изготовили 232 детали. Сколько деталей в час изготовлял ученик?

2) На путь от поселка до станции автомобилист потратил на 1 ч меньше, чем велосипедист. Найдите расстояние от поселка до станции, если автомобилист проехал его со средней скоростью 60 км/ч, а велосипедист 20 км/ч.

3) В жилом доме 9 однокомнатных, 18 двухкомнатных и 9 трехкомнатных квартир общей площадью 1458 м². Известно, что площадь двухкомнатной квартиры на 10 м² больше, чем однокомнатной, и на 12 м² меньше, чем трехкомнатной. Найдите площадь каждой квартиры.

4) Автомобиль и грузовик выехали одновременно навстречу друг другу из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 280 км. Средняя скорость автомобиля на 20 км/ч больше средней скорости грузовика. Найдите скорость каждого, если известно, что встретились они через 3 ч и грузовик сделал в пути получасовую остановку.

5) Одна из сторон равнобедренного треугольника на 3 см короче другой. Найдите основание треугольника, если его периметр равен 51 см (рассмотрите два случая).

I С-32. Вынесение общего множителя за скобки

1. Вынесите общий множитель за скобки (проверьте свои действия умножением):

- 1) а) $2x + 3xy$; б) $3xy - 5y$; в) $-7xy + y$; г) $-xy - x$;
 2) а) $5ab + 10a^2$; в) $-20c^2 + 80bc$;
 б) $14mn^2 - 7n$; г) $-3a^2y - 12y^2$;
 3) а) $a^4 + a^3$; в) $3c^6 + 7c^7 - 8c^8$;
 б) $2z^5 - 4z^3$; г) $5x^2 - 10x^3 - 15x^4$;
 4) а) $ax^2 + 3ax$; в) $3a^3b - 6a^2b^2$;
 б) $xy^3 + 5x^2y^2 - 3x^2y$; г) $6c^2x^3 - 4c^3x^2 + 2c^2x^2$.

2. Разложите на множители:

- 1) а) $x(a+c) - x(a+b)$; в) $2p(a+2x) + p(3a-x)$;
 б) $y(2a+3b) - y(3a-b)$; г) $c^2(3a-7c) - c^2(5a+3c)$;
 2) а) $y(a+c) + x(a+c)$; в) $x(2x+3) - 3(2x+3)$;
 б) $x(3a+c) - z(3a+c)$; г) $2k(3k-4) + (3k-4)$;
 3) а) $a(b-c) + c(c-b)$; в) $3c(x-y) - x(y-x)$;
 б) $2x(m-n) - (n-m)$; г) $(b-c) + a(c-b)$.

3. Составьте выражение для вычисления площади заштрихованной фигуры и представьте его в виде произведения (рис. 13). (Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi r^2$, где r — радиус круга.)

4. Разложите на множители:

- 1) а) $7a^4b^3 - 14a^3b^4 + 21a^2b^5$;
 б) $8x^3y^3 + 88x^2y^3 - 16x^3y^4$;
 в) $2a^2b^2c^3 - 4a^2bc^2 + 2a^3c$;
 2) а) $(a+3)(b+5) - (a+3)(b+6)$;
 б) $(3x-1)(8b+1) + (7b-3)(1-3x)$;
 в) $(3a+10)(6c-5a) - (8a-9)(5a-6c)$.

5. Известно, что при некотором значении y значение выражения $y^2 - 3y - 1$ равно 11. Найдите, чему равно при этом же значении y значение следующего выражения:

- 1) $3y^2 - 9y - 3$; 2) $y^2(y^2 - 3y - 1) - 3y(y^2 - 3y - 1)$;
 3) $8y^2 - 24y - 9$.

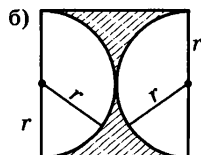
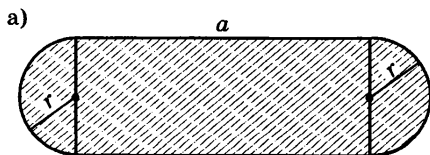


Рис. 13

I С–33. Умножение многочленов

1. Выполните умножение:

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| 1) а) $(a+3)(b-7)$; | в) $(-8-a)(b+2)$; |
| б) $(a-5)(11-b)$; | г) $(-7-b)(a-7)$; |
| 2) а) $(x-4)(x+8)$; | в) $(3+x)(-1-x)$; |
| б) $(x-5)(9-x)$; | г) $(x-10)(-x-6)$; |
| 3) а) $(8+3x)(2y-1)$; | в) $(3a-2b)(2a-3b)$; |
| б) $(2a-1)(3a+7)$; | г) $(15a+27)(-5a-9)$; |
| 4) а) $(3x^2-1)(2x+1)$; | в) $(m^2-n)(m+n^2)$; |
| б) $(3x^2-1)(2x^2+1)$; | г) $(m^2-n)(m-n^2)$; |
| 5) а) $(a+2)(a^2-a-3)$; | в) $(m-n+1)(m+n)$; |
| б) $(5b-1)(b^2-5b+1)$; | г) $(m-2n)(m+2n-1)$; |
| 6) а) $2(b+1)(b+3)$; | в) $b(3b+1)(2b-5)$; |
| б) $-8(y-1)(y+5)$; | г) $5m(m-n)(m+3n)$. |
-

2. Преобразуйте произведение в многочлен стандартного вида:

- 1) а) $(m^2-m-1)(m^2+m+1)$; б) $(-3n^2+2n+1)(3n^2+2n-1)$;
2) а) $(x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)$; б) $(2+a-a^3+a^5)(a-1)$;
3) а) $(y+3)(y-5)(y^2+2y-15)$; б) $(x+1)(x^2-x+1)(x^6-x^3+1)$.

3. Выпишите те произведения, которые могут быть преобразованы в один и тот же многочлен (попробуйте решить задачу, не выполняя умножения):

$$\begin{array}{ll} (5x-10y)(3x-7y), & (10y-5x)(3x-7y), \\ (10y-5x)(7y-3x), & 5(2y-x)(7y-3x). \end{array}$$

4. Впишите вместо значка * недостающие одночлены так, чтобы получилось тождество:

- а) $(m-1)(*+4)=m^2+*-*$; б) $(a+3)(a-*)=*+a-6$.

I С–34. Умножение многочленов

1. Упростите выражение:

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| 1) а) $(3a+5)(3a-6)+30$; | б) $3b^2+(8-3b)(b+5)$; |
| 2) а) $8x-(3x+1)(5x+1)$; | б) $8p-(3p+8)(2p-5)$; |
| 3) а) $(x-3)(x+5)-(x^2+x)$; | в) $a(a-3)+(a+1)(a+4)$; |
| б) $(y+2)(y+3)-y(y-1)$; | г) $(c+2)c-(c+3)(c-3)$. |

2. При каком значении x равны значения следующих выражений:

- а) $(3x+5)(4x-1)$ и $(6x-3)(2x+7)$;
б) $(5x-1)(2-x)$ и $(x-3)(2-5x)$?

3. Упростите выражение:

- а) $xy(x+y) - (x^2+y^2)(x-2y)$;
б) $(5c-7p)(7c+5p) - (7c-5p)(5c+7p)$;
в) $(x^3+2y)(x^2-2y) - (x^2+2y)(x^3-2y)$.

4. Автомобиль проехал t ч со скоростью 20 км/ч, а затем, простояв 1 ч, увеличил скорость на 5 км/ч и ехал с этой скоростью на 2 ч меньше, чем до остановки. Найдите:

- 1) путь, пройденный автомобилем;
2) время, которое автомобиль находился в пути;
3) среднюю скорость движения.

5. В детском саду два аквариума, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда. У одного из них длина основания на 10 см больше ширины. Второй аквариум больше первого. Его основание на 10 см длиннее и шире основания первого аквариума. Когда оба аквариума заливают водой на высоту 25 см, то во второй аквариум помещается на 20 л воды больше, чем в первый. Найдите длину и ширину основания меньшего аквариума.

I С-35. Разложение многочленов на множители способом группировки

1. Вынесите за скобки общий множитель:

- 1) а) $a(b+c)+p(b+c)$; в) $3a(a+b)-m(a+b)$;
б) $a(x-y)-b(x-y)$; г) $7(x-c)+(x-c)xc$;
2) а) $a(x-2)+(x-2)$; б) $(c+8)-c(c+8)$;
3) а) $2(a-3)+b(3-a)$; б) $3(b-5)-a(5-b)$;
4) а) $x(a-5)+(5-a)$; б) $m-n+(n-m)y$.

2. Разложите многочлен на множители (проверьте полученный результат умножением):

- 1) а) $ax+bx+ac+bc$; б) $3a-3c+xa-xc$;
2) а) $4a+by+ay+4b$; б) $6x+7y+42+xy$;
3) а) $px+py-5x-5y$; б) $ab-ac-4b+4c$.

3. Разложите на множители:

- 1) а) $2a+b+2a^2+ab$; в) $2x^2-3x+4ax-6a$;
б) $3a+3a^2-b-ab$; г) $x^2y^2+xy+axy+a$;
2) а) $ab+ac+am+yb+yc+ym$;
б) $xy-x^2y^2+x^3y^3-a+axy-ax^2y^2$;
3) а) $b^{n+1}+b^n+b+1$; б) $a^{m+2}-1-a+a^{m+1}$.

4. Разберите, как выполнено разложение на множители многочлена: $x^2+8x+15=x^2+3x+5x+15=x(x+3)+5(x+3)=$
 $=(x+3)(x+5)$.

Разложите на множители: а) x^2+3x+2 ; б) x^2-5x+6 .

I С—36. Чтение и запись алгебраических выражений

1. Запишите в виде выражения:

- 1) сумму квадратов чисел a и b ;
- 2) квадрат разности чисел a и b ;
- 3) разность кубов чисел p и q ;
- 4) произведение суммы чисел m и n и их разности;
- 5) сумму квадратов числа x и удвоенного произведения чисел x и y .

2. Каждое из следующих выражений:

$$x^2 + y^2, (x + y)^2, (9 - a)^2, \\ 9^2 - a^2, (3a)^2 - b^2, (3a - b)^2, \\ (2x + 3y)^2; 6^2 - (5b)^2, \\ (2a)^2 + (xy)^2$$

запишите в соответствующий столбец таблицы:

Сумма квадратов выражений	Квадрат суммы выражений	Разность квадратов выражений	Квадрат разности выражений
$(5a)^2 + b^2$	$(7a + 3c)^2$	$(3b)^2 - 7^2$	$(5x - 2y)^2$

3. Придумайте и запишите по два выражения для каждого столбца таблицы в предыдущем упражнении.

4. Запишите в виде выражения:

- а) сумму двух выражений, первое из которых есть квадрат суммы чисел a и b , а второе — квадрат разности этих чисел;
- б) удвоенное произведение суммы квадратов чисел x и y и разности квадратов этих чисел.

I С—37. Возведение в квадрат по формулам

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

1. Выполните преобразование по соответствующей формуле:

- | | | |
|-----------------------|--------------------|----------------------|
| 1) а) $(y + 4)^2$; | б) $(9 + a)^2$; | в) $(a + c)^2$; |
| 2) а) $(x - 7)^2$; | б) $(8 - b)^2$; | в) $(11 - y)^2$; |
| 3) а) $(5a + 1)^2$; | б) $(3y - 4)^2$; | в) $(10 + 4c)^2$; |
| 4) а) $(2x - 3y)^2$; | б) $(5a + 6b)^2$; | в) $(-3c + a)^2$; |
| 5) а) $(a^2 - 3)^2$; | б) $(a - y^3)^2$; | в) $(a^2 + b^2)^2$. |

2. Применив формулы квадрата суммы и квадрата разности, заполните таблицу по образцу:

Первое выражение	Второе выражение	Многочлен, равный квадрату суммы этих выражений	Многочлен, равный квадрату разности этих выражений
$5a$	b	$25a^2 + 10ab + b^2$	$25a^2 - 10ab + b^2$
$3a$	$\frac{1}{3}b$		
$5a$	$0,2b$		
ab	4		
a^2	$2x$		
6	x^2y^2		

3. Выполните действия:

- 1) $((a+b)+c)^2$; 2) $((a-b)-c)^2$; 3) $(x+y+z)^2$;
 4) $(x-y-z)(x-y-z)$.

4. Среди данных выражений найдите пары тождественно равных и запишите соответствующие тождества (попробуйте выполнить задание, не делая преобразований):

$$(2x-y)^2; 2(2x-y)^2; 4(2x-y)^2; (4x-2y)^2; 0,5(4x-2y)^2.$$

I С-38. Преобразование выражений с применением формул квадрата суммы и квадрата разности

1. Преобразуйте выражение в многочлен:

- 1) а) $a^2 + (3a-b)^2$; в) $(5a+7b)^2 - 70ab$;
 б) $9b^2 - (a-3b)^2$; г) $(8a-b)^2 - 64a^2$;
 2) а) $(5+y)^2 + y(y-7)$; в) $(x-8)^2 - 2x(6-x)^2$;
 б) $a(4-a) + (4-a)^2$; г) $(c+7)c - (1-c)^2$;
 3) а) $2(a-b)^2$; в) $-6(2x-y)^2$;
 б) $a(1+2a)^2$; г) $-y(3x-y)^2$.

2. Упростите выражение:

- 1) а) $(a-3b)^2 + (3a+b)^2$; б) $(x+2y)^2 - (x-2y)^2$;
 2) $((((a+b)^2 - 2ab)^2 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8$.

3. Разложите на множители:

- 1) $(3a+4b)^2 + (3a-2b)8b$; 2) $(6a-2)^2 - (5a+2)^2$.

4. Найдите число, квадрат которого при увеличении этого числа на 3 увеличивается на 39.

I С-39. Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности

1. Представьте многочлен в виде квадрата двучлена:

1) а) $4a^2 + 4ab + b^2$; б) $4a^2 - 4ab + b^2$;

2) а) $\frac{9}{16}a^2 - 2ab + \frac{16}{9}b^2$; б) $\frac{1}{4}a^2 + ab + b^2$;

3) а) $a^2b^2 + 2ab + 1$; б) $b^2 - 2a^2b + a^4$.

2. Замените значок * одночленом так, чтобы получившийся трехчлен можно было представить в виде квадрата двучлена (задание выполните разными способами):

а) $9a^2 + * + b^2$; б) $25a^2 - 10ab + *$; в) $4 - 4b + *$; г) $* + 24ab + *$.

3. В данном выражении измените один из коэффициентов так, чтобы получившийся трехчлен можно было представить в виде квадрата двучлена (см. Пример):

а) $36a^2 + 8ab + b^2$; б) $49m^2 + mn + 4n^2$.

Пример. Дано выражение $25a^2 + 6ab + b^2$. Изменив один из коэффициентов, будем иметь:

$$\boxed{9} a^2 + 6ab + b^2 = (3a + b)^2, \text{ или } 25a^2 + \boxed{10} ab + b^2 = (5a + b)^2,$$

$$\text{или } 25a^2 + 6ab + \boxed{\frac{9}{25}} b^2 = \left(5a + \frac{3}{5}b\right)^2.$$

I С-40. Умножение многочленов с использованием формулы $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

1. Выполните умножение двучленов:

1) а) $(a + 2)(a - 2)$; б) $(3 - y)(3 + y)$; в) $(c - p)(c + p)$;

2) а) $(3b - 1)(3b + 1)$; б) $(5b + 6)(5b - 6)$; в) $\left(7 - \frac{1}{2}a\right)\left(7 + \frac{1}{2}a\right)$;

3) а) $(a + 2b)(a - 2b)$; б) $(3x - y)(3x + y)$; в) $(5c + 2a)(5c - 2a)$;

4) а) $(4a - b)(b + 4a)$; б) $(x + 7)(7 - x)$; в) $(4b + 1)(1 - 4b)$.

2. Применив формулу, заполните таблицу:

Первое выражение	Второе выражение	Произведение разности этих выражений и их суммы	Разность квадратов этих выражений
$3a$	b	$(3a - b)(3a + b)$	$9a^2 - b^2$
$2x$	$3y$		
$0,3a$	$4b$		
$\frac{1}{3}p$	$\frac{1}{6}c$		
ab	5		
x^2	y^2		

3. Выполните умножение:

- 1) а) $(8a + b)(b - 8a)$; б) $(-8a - b)(-8a + b)$;
в) $(-8a - b)(-b + 8a)$;
2) а) $(5x + 2y^2)(5x - 2y^2)$; б) $(2a + 3b^3)(3b^3 - 2a)$;
в) $(a^2b^3 + 1)(1 - a^2b^3)$;
3) а) $(x^n - 2)(x^n + 2)$; б) $(a^{2n} + b^n)(a^{2n} - b^n)$;
в) $(a^{n+1} - b^{n-1})(a^{n+1} + b^{n-1})$;
4) а) $((x + y) - c)((x + y) + c)$; б) $(a - b + 4)(a - b - 4)$;
5) а) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)$.

1 С-41. Применение формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ и $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ к преобразованию выражений

1. Выполните действия:

- а) $(5a + \frac{1}{3}b)(5a - \frac{1}{3}b)$; г) $(\frac{1}{2}y - 2x)^2$;
б) $(3x + \frac{1}{3})^2$; д) $(0,4a - 10c)(0,4a + 10c)$;
в) $(ab - cx)(ab + cx)$; е) $(ax - 3)^2$.

2. Упростите выражение:

- 1) а) $(2a - b)(2a + b) + b^2$; в) $9x^2 - (c + 3x)(c - 3x)$;
б) $(x + 7)^2 - 10x$; г) $5b^2 - (a - 2b)^2$;
2) а) $(a - c)(a + c) - (a - 2c)^2$; б) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$;
в) $(a + 3c)^2 + (b + 3c)(b - 3c)$; г) $(x - 4y)^2 + (x + 4y)^2$;
д) $(x - 3)(x + 3) - (x + 8)(x - 8)$;
е) $(2a + 1)(2a - 1) + (a - 7)(a + 7)$.

3. Выполните действия, применив нужную формулу, по следующему образцу:

$$(3a - 3b)(a + b) = 3(a - b)(a + b) = 3(a^2 - b^2) = 3a^2 - 3b^2.$$

- а) $(2a + 2b)(a - b)$; в) $(4a + 4c)(a + c)$;
б) $(x - y)(5x + 5y)$; г) $(3a - 3x)(7a - 7x)$.

4. Разложите на множители:

- а) $(3x + 1)(3x - 1) + (5x + 1)^2$; б) $(3p - 2k)(2k + 3p) - (3p - k)^2$.

5. Найдите значение выражения, выполнив соответствующие преобразования:

- 1) $(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) - 2^{16}$;
2) $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32}$.

I С-42. Разложение на множители по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

1. Разложите на множители:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) а) $4x^2 - 1$; | б) $1 - 9a^2$; | в) $25 - 16c^2$; |
| 2) а) $m^2 - a^2$; | б) $-n^2 + b^2$; | в) $4x^2 - q^2$; |
| 3) а) $a^2 - 9y^2$; | б) $81x^2 - y^2$; | в) $36p^2 - c^2$; |
| 4) а) $49x^2 - 121a^2$; | б) $100a^2 - 25b^2$; | в) $144y^2 - 16k^2$; |
| 5) а) $x^2y^2 - 1$; | б) $c^2 - a^2b^2$; | в) $a^2c^4 - 9$. |

2. Разложите на множители:

- | | | | |
|--|--------------------------------------|------------------------|---------------------|
| 1) а) $25 - 36p^2c^2$; | б) $100a^4b^2c^2 - 121$; | | |
| 2) а) $(3x + 1)^2 - (4x + 3)^2$; | б) $(a + b + c)^2 - (a - b - c)^2$; | | |
| 3) а) $x^{2n} - 9$; | б) $k^2 - a^{4n}$; | в) $x^{2n} - y^{2n}$; | г) $81a^{4n} - 1$; |
| 4) а) $2a(5a + 10) + (2a - 8)(3a + 2)$; | | | |
| б) $(3x + 5)(4x - 5) - 2x(2,5 + 1,5x)$. | | | |

3. Докажите, что разность квадратов двух последовательных целых чисел равна сумме этих чисел.

I С-43. Преобразование целых выражений

1. Упростите выражение:

- | | |
|---|--|
| 1) а) $(4a - b)(a - 6b) + a(25b - 3a)$; | |
| б) $(2x + 3y)(x - y) - x(x + y)$; | |
| в) $3a(a + 1) + (a + 2)(a - 3)$; | |
| г) $2c(5c - 3) - (c - 2)(c - 4)$; | |
| 2) а) $(3a + b)(a - 2b) + (2a + b)(a - 5b)$; | |
| б) $(x + 1)(x + 7) - (x + 2)(x + 3)$; | |
| в) $(a - 4)(a + 6) + (a - 10)(a - 2)$; | |
| г) $(y - 3)(5 - y) - (4 - y)(y + 6)$. | |

2. Преобразуйте в многочлен:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) а) $3x(3x + 7) - (3x + 1)^2$; | б) $4b(3b + 6) - (3b - 5)(3b + 5)$; |
| 2) а) $(y - 2)(y + 3) - (y - 1)^2$; | б) $(c - 5)(c - 1) - (c - 6)^2$; |
| 3) а) $(p + 1)^2 - (p + 2)^2$; | б) $(y - 4)^2 - (4 - y)(4 + y)$; |
| 4) а) $4(a + 5)^2 - (4a^2 + 40a)$; | б) $(4ab - b^2) + 2(a - b)^2$. |

3. Найдите значение выражения:

- а) $(7 - x)(7 + x) + (x + 3)^2$ при $x = -3,5$;
- б) $(2a - b)^2 - (2a + b)^2$ при $a = 1\frac{3}{7}$, $b = 0,7$.

4. Упростите выражение:

- | | |
|---|----------------------------------|
| 1) а) $3(2a - 5b)^2 - 12(a - b)^2$; | б) $7(2a + 5)^2 + 5(2a - 7)^2$; |
| 2) а) $(3x^2 + 4)^2 + (3x^2 - 4)^2 - 2(5 - 3x^2)(5 + 3x^2)$; | |
| б) $(4a^3 + 5)^2 + (4a^3 - 1)^2 - 2(4a^3 + 5)(4a^3 - 1)$; | |

3) а) $(p-2a)(p+2a)-(p-a)(p^2+pa+a^2)$;

б) $x(2x-1)^2-2(x+1)(x^2-x+1)$.

5. Докажите, что:

1) $(2a-b)(2a+b)+(b-c)(b+c)+(c-2a)(c+2a)=0$;

2) $(3x+y)^2-(3x-y)^2=(3xy+1)^2-(3xy-1)^2$.

I С-44. Разложение многочленов на множители с использованием нескольких способов

1. Разложите на множители:

1) а) $3x^2-12$; б) bx^2-9b ; в) $50b-2a^2b$; г) $2cx^2-2c$;

2) а) $2p^2-98a^2$; б) $-3a^3+3ab^2$; в) $2x^2y-2y^3$; г) a^3c-ac^3 .

2. Представьте в виде произведения:

1) а) $3a^2-6ab+3b^2$; в) $a^2b-4abc+4bc^2$;

б) $ax^2+4ax+4a$; г) $2x^2-4x+2$;

2) а) $-5a^2-10ab-5b^2$; в) $-a^2+10ab-25b^2$;

б) $-3x^2+12x-12$; г) $-12x^3-12x^2-3x$.

3. Разложите на множители:

1) а) $\frac{1}{2}a^2-ab+\frac{1}{2}b^2$; б) $\frac{1}{9}a^3+3$;

2) а) x^6-y^6 ; б) y^5-2y^3+y ;

3) а) $x^2(x-3)-2x(x-3)+(x-3)$;

б) $1-c^2-4c(1-c^2)+4c^2(1-c^2)$;

4) а) $a^3+8b^3+a^2-2ab+4b^2$;

б) $a^3+8b^3+a^2+4ab+4b^2$.

4. Докажите, что:

1) $(a-1)^3-4(a-1)=(a-1)(a+1)(a-3)$;

2) $(x^2+1)^2-4x^2=(x-1)^2(x+1)^2$.

5. Какой многочлен надо записать вместо значка *, чтобы получившееся равенство было тождеством:

1) $(x+1) \cdot * = x^2+3x+2$;

2) $(x^2+3x+2) \cdot * = x^3+4x^2+5x+2$?

I С-45. Графическое решение систем линейных уравнений

1. Постройте прямые и укажите координаты их точки пересечения:

1) а) $2x-y=4$ и $y=6$;

б) $x+y=4$ и $x=2$;

2) а) $3x+y=3$ и $x-y=1$;

б) $2x-3y=6$ и $x-y=0$.

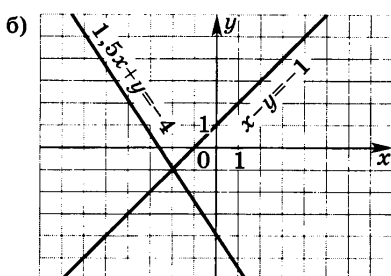
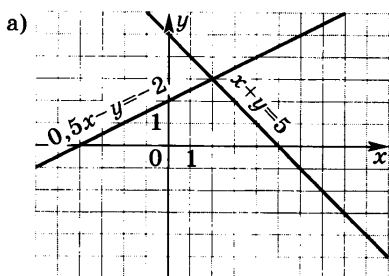


Рис. 14

2. Определите координаты точки пересечения прямых (рис. 14). Запишите соответствующую систему уравнений. Проверьте свое решение подстановкой координат в уравнения.

3. Решите с помощью графиков систему уравнений:

1) а) $\begin{cases} y = x, \\ y = 2 - x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 2x, \\ y = 6 - x; \end{cases}$

2) а) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x + 2y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - y = -1, \\ x + y = -2. \end{cases}$

4. Решите графически систему уравнений. Ответ дайте с точностью до 0,1:

а) $\begin{cases} x + 2y = 6, \\ x - y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ x - 2y = 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$

5. Подберите, если возможно, такое значение k , при котором данная система имеет единственное решение; не имеет решений; имеет бесконечное множество решений:

1) $\begin{cases} y = 3x - 5, \\ y = kx + 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2y = 3x - 2, \\ y = 1,5x + k; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} kx + 2y = 1, \\ 6x + 4y = 2. \end{cases}$

I С-46. Решение систем линейных уравнений способом подстановки

1. Выразите в следующих уравнениях x через y и y через x :

1) а) $x + y = 5$; б) $x - y = 0$; в) $y - x = -3$;
 2) а) $x - 3y = -6$; б) $-2x + y = 3$; в) $x + 5y = 0$;
 3) а) $2y - 3x = 0$; б) $5x + 2y = -10$; в) $-4x - 7y = 5,6$.

2. Решите систему уравнений способом подстановки. Выполните проверку, подставив полученное решение в каждое из уравнений:

1) а) $\begin{cases} x+y=5, \\ 3x+y=7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x-y=0, \\ x-3y=6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y-x=-3, \\ 2x+y=9; \end{cases}$

г) $\begin{cases} -2x+y=3, \\ 3x-y=-1; \end{cases}$

2) а) $\begin{cases} 3m-2n=5, \\ m+2n=15; \end{cases}$ б) $\begin{cases} a+3b=2, \\ 2a+3b=7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3k-5p=14, \\ k+2p=1; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2c-d=2, \\ 3c-2d=3. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} \frac{1}{5}(x+y)=2, \\ \frac{1}{2}(x-y)=1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 0,3(x+y)=22,2, \\ 0,4(x-y)=6,4. \end{cases}$

4. Найдите решение системы уравнений:

1) $\begin{cases} x+y=1-z, \\ x-y=3, \\ z=2x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=2, \\ y+z=4, \\ z+x=6. \end{cases}$

I С-47. Решение систем линейных уравнений способом сложения

1. Умножьте одно из уравнений системы или каждое из них на какое-либо число так, чтобы с помощью сложения можно было исключить одну из переменных:

1) а) $\begin{cases} x-y=7, \\ 2x+3y=18; \end{cases}$ б) $\begin{cases} a+b=2, \\ 5a+2b=3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} p-3q=5, \\ 3p+2q=4; \end{cases}$
 2) а) $\begin{cases} 3a-2b=3, \\ 2a+5b=21; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x+9y=20, \\ 9x+2y=13; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 6z-5x=2, \\ 4z-2x=10. \end{cases}$

2. Решите способом сложения систему уравнений. Выполните устно проверку, подставив полученное решение в каждое из уравнений:

1) а) $\begin{cases} x+y=5, \\ x-y=7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} a-b=1, \\ a+b=-5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2n+m=5, \\ 2n-m=11; \end{cases}$

2) а) $\begin{cases} u+v=4, \\ 3u-5v=20; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-y=5, \\ 2x+7y=11; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4m-5n=1, \\ 2m-3n=2; \end{cases}$

3) а) $\begin{cases} 2x+3y=-1, \\ 3x+5y=-2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2n-3d=-1, \\ 3n+4d=24; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2a+3b=0, \\ 7a-2b=-25. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y-1}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{6} = \frac{5}{3}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{2a+1}{7} + \frac{2b+2}{5} = \frac{1}{5}, \\ \frac{3a-2}{2} + \frac{b+4}{4} = 4. \end{cases}$$

4. Найдите решение системы:

$$1) \begin{cases} x+y+z=1, \\ x-y=2, \\ y+z=3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+y+z=6, \\ x+y-z=4, \\ x-y-z=0. \end{cases}$$

I С-48. Решение систем линейных уравнений

1. Решите систему уравнений:

$$1) \text{ а) } \begin{cases} x-7y=0, \\ 12x+y=17; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x-y=1, \\ x+3y=5; \end{cases}$$
$$2) \text{ а) } \begin{cases} 9x+2y=16, \\ 3x-5y=11; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x+5y=2, \\ 4x+7y=6; \end{cases}$$
$$3) \text{ а) } \begin{cases} 2-3x=2(1-y), \\ 4(x+y)=x-1,5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x-3(2y+1)=15, \\ 3(x+1)+3y=2y-2. \end{cases}$$

2. Вычислите координаты точки пересечения прямых:

а) $y=3x+6$ и $y=-2x-1$; б) $4x+3y=8$ и $3x-2y=6$.

3. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{2x}{5} = 1 + \frac{y}{2}, \\ \frac{2x}{5} + y = -2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{2a}{3} + \frac{5b}{12} = \frac{7}{6}, \\ \frac{2a}{5} = \frac{4}{5} - \frac{3b}{10}. \end{cases}$$

4. Решите систему уравнений (см. пример):

$$1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 11, \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{6}{y} = 2, \\ \frac{10}{x} - \frac{9}{y} = 13; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1, \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2y} = 5. \end{cases}$$

Пример. Решим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 1. \end{cases}$$

1. Введем обозначения: $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{y} = b$.

2. Подставив в систему уравнений a и b вместо $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$, получим систему

$$\begin{cases} a + b = 5, \\ 3a + 2b = 1. \end{cases}$$

3. Решим эту систему относительно a и b .

4. Найдем значения x и y из равенств $x = \frac{1}{a}$, $y = \frac{1}{b}$. (Доведите решение системы уравнений до конца.)

I С-49. Составление системы уравнений по условию задачи

1. Запишите с помощью системы уравнений следующую ситуацию:

1) а) Сумма двух чисел равна 17. Одно из чисел на 7 меньше другого.

б) Разность двух чисел равна 12. Одно из них больше другого в 4 раза.

2) а) В классе 36 учеников. Девочек на 3 меньше, чем мальчиков.

б) Периметр прямоугольника 400 м. Длина его в 3 раза больше ширины.

3) а) 4 боксера тяжелого веса и 5 боксеров легкого веса вместе весят 730 кг. Спортсмен тяжелого веса весит на 70 кг больше спортсмена легкого веса.

б) Таня заплатила за 3 тетради и 2 карандаша 58 р., а Лена за 5 таких же тетрадей и 1 карандаш — 78 р.

2. Придумайте ситуацию, которая описывается следующей системой уравнений:

1) $\begin{cases} x + y = 26, \\ x - y = 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 3y = 54, \\ x - y = 2. \end{cases}$

3. Составьте систему уравнений:

1) Среднее арифметическое двух чисел равно 22,5; $\frac{1}{3}$ их разности равна $1\frac{2}{3}$.

2) Одно число на 215 больше другого; 80% большего числа на 129 больше 60% меньшего.

3) В трехзначном числе сумма цифр равна 16. Цифра разряда сотен в 4 раза меньше цифры разряда десятков и на 4 меньше цифры разряда единиц. (Введите три переменные.)

I С–50. Решение задач с помощью составления системы уравнений

Составьте систему уравнений и решите задачу:

1) Расстояние между домами, где живут Андрей и Борис, 1500 м. Школа находится между их домами, причем от дома Андрея она на 300 м дальше, чем от дома Бориса. На каком расстоянии от школы находится дом каждого мальчика?

2) У Толи 18 монет по 2 р. и по 5 р. на сумму 97 р. Сколько монет каждого достоинства у Толи?

3) В магазине продаются тетради по 96 листов и по 24 листа. Во всех тетрадях, купленных Сашей, 528 листов. Сколько толстых и сколько тонких тетрадей купил Саша, если все купленные им толстые тетради содержат на 48 листов больше, чем все тонкие?

4) Поезд прошел первый перегон за 2 ч, а второй за 3 ч. Всего за это время он прошел 330 км. Найдите скорость поезда на каждом перегоне, если на втором перегоне она была на 10 км/ч больше, чем на первом.

5) Мальчик на вопрос о том, сколько лет ему и его отцу, ответил так: «Вместе нам 44 года. Через 2 года отец будет старше меня в 3 раза. Сосчитайте, сколько лет каждому из нас сейчас».

6) Две бригады вместе должны изготовить 270 изделий. К середине дня первая бригада выполнила 60% своего задания, а вторая — 70% своего. При этом первая бригада изготовила на 6 изделий больше, чем вторая. Сколько изделий должна изготовить каждая бригада?

7) Лодка 2 ч двигалась по течению и 3 ч против течения, пройдя за это время 36 км. Скорость лодки против течения составляет $\frac{2}{3}$ скорости лодки по течению. Какое расстояние пройдет лодка за это время в стоячей воде, если будет двигаться с той же собственной скоростью?

I С–51. Нахождение значения алгебраической дроби. Нахождение допустимых значений букв, входящих в дробь

1. Найдите значение алгебраической дроби при заданных значениях переменных:

а) $\frac{3y}{y^2-1}$ при $y = \frac{1}{3}$; 0; 2;

б) $\frac{ab}{a+b}$ при $a = 0,7$, $b = 0,3$; при $a = 1\frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$.

2. Найдите значения алгебраических дробей $\frac{3-x}{x+1}$ и $\frac{4}{x+1}$ при соответствующих значениях x и заполните таблицу:

x	-4	-3	-2	-1,5	0	1	2	3
$\frac{4}{x+1}$								
$\frac{3-x}{x+1}$								

3. Найдите допустимые значения переменных, входящих в дробь:

- а) $\frac{3}{x}$; б) $\frac{5+a}{a-3}$; в) $\frac{7-c}{5c+1}$; г) $\frac{y}{5}$; д) $\frac{b-1}{b^2+9}$.

4. Найдите допустимые значения переменных, входящих в дробь:

- а) $\frac{6x+1}{(x-4)(x+4)}$; б) $\frac{7a-5}{(a-2)(a+11)}$.

I С-52. Сокращение алгебраических дробей

1. Сократите дробь:

- 1) а) $\frac{2a}{3a}$; б) $\frac{2b}{2c}$; в) $\frac{ab}{ac}$; г) $\frac{abc}{ayc}$;
 2) а) $\frac{a^2-ab}{ac}$; б) $\frac{a^2-ab}{a^2+ab}$; в) $\frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$; г) $\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}$;
 3) а) $\frac{x^2}{x^2-x}$; б) $\frac{x^2-1}{x^2-x}$; в) $\frac{x^2}{x^2+x}$; г) $\frac{x^2-1}{x^2+x}$;
 4) а) $\frac{a}{am}$; б) $\frac{a-3b}{a^2-9b^2}$; в) $\frac{pq}{q}$; г) $\frac{m^2-4n^2}{m+2n}$;
 5) а) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a-b}$; в) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$;
 б) $\frac{a^2+4ab+4b^2}{a+2b}$; г) $\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-4b^2}$;
 6) а) $\frac{2a(3a-p)}{2p-6a}$; б) $\frac{2a(3a-p)}{6a-2p}$; в) $\frac{a^2-9c^2}{3c+a}$; г) $\frac{a^2-9c^2}{3c-a}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{37^2 - 23^2}{47^2 - 13^2}$; б) $\frac{45^2 + 2 \cdot 45 \cdot 13 + 13^2}{58}$.

3. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях переменных:

а) $\frac{ax + bx + a + b}{ay + by + a + b}$ при $x = 0,7$, $y = -2,7$, $a = -2,13$, $b = 3,11$;

б) $\frac{a + b + a^2 - b^2}{a - b + a^2 - 2ab + b^2}$ при $a = 1,75$, $b = 1,76$.

1 С-53. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

1. Выполните сложение или вычитание:

1) а) $\frac{2}{x} + \frac{7}{x}$; в) $\frac{5x-1}{x^2} + \frac{3x+1}{x^2}$;

б) $\frac{2}{3x} + \frac{7}{3x}$; г) $\frac{8x^2+3}{x} + \frac{5x^2-3}{x}$;

2) а) $\frac{a}{a-3} - \frac{2}{a-3}$; в) $\frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3}$;

б) $\frac{a^2}{a-3} - \frac{9}{a-3}$; г) $\frac{a^2}{b(a-2)} - \frac{4}{b(a-2)}$.

2. Выполните действия:

1) $\frac{7}{a} + \frac{13}{a} - \frac{5}{a}$; 2) $\frac{2-7a}{a-6} + \frac{11a-5}{a-6} - \frac{57-6a}{a-6}$; 3) $\frac{5a+9}{a^2-1} - \frac{4a+8}{a^2-1}$.

3. Упростите выражение:

1) а) $\frac{9a^2}{9a^2-1} - \frac{6a}{(3a-1)(3a+1)} + \frac{1}{9a^2-1}$;

б) $\frac{5a^3+3a-1}{a^2+4a+4} + \frac{5-4a^3}{a^2+4a+4} - \frac{3a+12}{a^2+4a+4}$;

2) а) $\frac{2}{(3-x)(2-x)} + \frac{x-4}{(x-3)(x-2)}$; б) $\frac{a^2+4}{2-a} - \frac{4a}{2-a}$;

в) $\frac{4a^2+4a}{1+2a} + \frac{1}{1+2a}$.

1 С-54. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

1. Выполните сложение или вычитание:

1) а) $\frac{4}{b-5} + \frac{1}{b}$; в) $\frac{3}{a+b} + \frac{5}{a-b}$; д) $\frac{a+x}{a-x} - \frac{a-x}{a+x}$;

б) $\frac{x}{y} - \frac{x}{x+y}$; г) $\frac{c}{c+3} - \frac{c}{c-2}$; е) $\frac{y+3}{y+2} - \frac{y+2}{y+1}$;

$$2) \text{ а) } \frac{2}{x^2-y^2} + \frac{3}{x+y}; \quad \text{в) } \frac{5}{6m+6} - \frac{3}{2m+2}; \quad \text{д) } \frac{4b}{a^2+ab} - \frac{4}{a};$$

$$\text{б) } \frac{a}{a-b} - \frac{a^2}{a^2-b^2}; \quad \text{г) } \frac{6}{5x-10} + \frac{7}{3x-6}; \quad \text{е) } \frac{x}{3} - \frac{x^2}{3x+3y};$$

$$3) \text{ а) } x + \frac{2}{x+4}; \quad \text{в) } b-3 - \frac{1}{b+3}; \quad \text{д) } 2 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x};$$

$$\text{б) } 3 - \frac{a-2c}{a+c}; \quad \text{г) } \frac{1}{a-2} + a-1; \quad \text{е) } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2.$$

2. Упростите выражение:

$$1) \text{ а) } \frac{a+3}{ab} - \frac{1}{b} + \frac{2}{a}; \quad \text{б) } \frac{2b-3}{16b^2} - \frac{2-b}{8b} + \frac{3}{4b};$$

$$2) \text{ а) } \frac{3}{x+2} + \frac{5}{x-2} + \frac{2x-5}{4-x^2}; \quad \text{б) } \frac{n^2}{n^2-x^2} - \frac{n+x}{n-x} - \frac{x^2}{x^2-n^2}.$$

3. Упростите выражение:

$$1) \text{ а) } \frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}; \quad \text{б) } \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} - \frac{a^2-ab+b^2}{a-b};$$

$$2) \text{ а) } \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x^2+3}{2x^2-2} + \frac{2x-3}{x+1}; \quad \text{б) } \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{x}{4-x^2} + \frac{x^2+4}{2x^3-8x}.$$

4. 1) Докажите, что при любых значениях x верно равенство:

$$\text{а) } \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}; \quad \text{б) } \frac{x+39}{x^2+x-12} = \frac{6}{x-3} - \frac{5}{x+4}.$$

2) Найдите значения a и b , при которых для любых значений x верно равенство:

$$\text{а) } \frac{3x}{x-2} - \frac{6x-1}{2x+1} = \frac{ax+b}{2x^2-3x-2}; \quad \text{б) } \frac{1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}.$$

I С-55. Умножение и деление алгебраических дробей

1. Выполните умножение или деление:

$$1) \text{ а) } \frac{a}{3b} \cdot \frac{5b}{7a}; \quad \text{б) } \frac{x^7}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^9}{x^{11}}; \quad \text{в) } \frac{3a^2b}{c} \cdot \frac{3c}{a^2b};$$

$$2) \text{ а) } \frac{2m-n}{3p} \cdot \frac{3}{2m-n}; \quad \text{в) } \frac{m^2-mn}{p^2+pq} \cdot \frac{p+q}{m-n};$$

$$\text{б) } \frac{m-n}{p+q} \cdot \frac{2p+2q}{3m-3n}; \quad \text{г) } \frac{mn-n^2}{pq+q^2} \cdot \frac{3q+3p}{n^2-mn};$$

$$3) \text{ а) } \frac{5a}{3c} : \frac{10a}{6c}; \quad \text{б) } \frac{3a^{11}}{5b^{15}} : \frac{21a^{10}}{10b^{14}}; \quad \text{в) } \frac{8a^2b}{c} : \frac{a^2b}{8c};$$

$$4) \text{ а) } \frac{5x+3y}{2c} : \frac{3y+5x}{2a}; \quad \text{в) } \frac{a^2-b^2}{x+y} : \frac{a-b}{x^2-y^2};$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{a+b} : \frac{y-x}{b+a}; \quad \text{г) } \frac{x^2+2xy+y^2}{a^2-b^2} : \frac{x+y}{a+b};$$

$$5) \text{ а) } \frac{3a-5b}{2a} \cdot 3a; \quad \text{б) } \frac{5b}{a^2-b^2} \cdot (a+b); \quad \text{в) } (3a-6b) \cdot \frac{a+b}{2a-4b};$$

$$6) \text{ а) } \frac{2a^2}{3a-b} : 5a; \quad \text{б) } 5a : \frac{3a^2}{3a+b}; \quad \text{в) } \frac{a^2-b^2}{x+3y} : (a+b).$$

2. Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{a}{3b} \cdot \frac{b}{a^2} \cdot \frac{2a}{b^2}; \quad \text{в) } \frac{a^2}{3b} \cdot \left(\frac{b^2}{3a} : \frac{b}{5a} \right);$$

$$\text{б) } \frac{a^2}{3b} \cdot \frac{b^2}{3a} : \frac{b}{5a}; \quad \text{г) } \frac{a^2}{3b} : \left(\frac{b^2}{3a} : \frac{b}{5a} \right).$$

3. Упростите выражение:

$$1) \text{ а) } \frac{a^2-9b^2}{c^2+8cd+16d^2} \cdot \frac{c^2-16d^2}{3b-a}; \quad \text{2) а) } \frac{4a^2}{2a-b} : \frac{12a^3}{4a^2-b^2} : \frac{2a^2}{6a^2-3ab};$$

$$\text{б) } \frac{a^2-b^2+a+b}{x^2-y^2+x-y} : \frac{3a+3b}{2x-2y}; \quad \text{б) } \frac{x^2-x}{2x+2} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x^2+4x} : \frac{3x-3}{x^2-16}.$$

I С–56. Преобразование дробных выражений

1. Упростите выражение:

$$1) \text{ а) } \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{3ab}{a+b}; \quad \text{2) а) } \left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \right) \cdot \frac{b}{a-b};$$

$$\text{б) } \left(\frac{7a-3b}{2a} + \frac{2a-7b}{2b} \right) \cdot \frac{4ab}{2a^2-3b^2}; \quad \text{б) } \left(1 + \frac{a}{b} \right) : \left(1 - \frac{a}{b} \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{a+x}{x} - \frac{2x}{x-a} \right) \cdot \frac{x-a}{a^2+x^2}; \quad \text{в) } \left(\frac{a}{a-1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3a^2}{1-a} \right).$$

2. Упростите выражение:

$$1) \text{ а) } 1 - \frac{a+3b}{2a} \cdot \left(\frac{1}{a+3b} + \frac{1}{a-3b} \right);$$

$$\text{б) } \left(1 - \frac{a+3b}{2a} \right) \left(\frac{1}{a+3b} + \frac{1}{a+3b} \right);$$

$$\text{в) } \left(1 - \frac{a+3b}{2a} \right) \cdot \frac{1}{a+3b} + \frac{1}{a-3b};$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{8a^2+2a}{8a^3-1} - \frac{2a+1}{4a^2+2a+1} \right) \left(1 + \frac{2a+1}{2a} - \frac{4a^2+10a}{4a^2+2a} \right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x} - \frac{4x^2}{x^2-1} \right) : \left(\frac{1}{x^2-x^3} - \frac{1+x}{x^2} - 1 \right).$$

3. Докажите, что значение данного выражения не зависит от значений входящих в него переменных:

$$\frac{2x}{x-3p} - \left(\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+3p} \cdot \left(\frac{x+3p}{3x} - x - 3p \right) \right) \cdot \frac{x}{x-3p}.$$

Вариант II

III С—1. Вычисление значения числового выражения

1. Найдите сумму или разность:

1) а) $\frac{1}{5} + \frac{4}{15}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{5}{12}$; в) $5\frac{1}{7} + 7\frac{13}{21}$;

2) а) $\frac{3}{8} - \frac{1}{9}$; б) $\frac{5}{6} + \frac{3}{11}$; в) $9\frac{1}{29} - 1\frac{3}{4}$;

3) а) $\frac{7}{30} - \frac{31}{45}$; б) $2\frac{1}{20} - 6\frac{9}{40}$; в) $\frac{5}{18} - 2\frac{23}{30}$.

2. Найдите значение выражения:

1) а) $13 + 27, 13 + 40 + 50,07$; б) $71,35 + 30,6 + 7,07 + 0,06$;

2) а) $5,47 - (8,32 - 5,311)$; б) $7,83 - (5,31 + 6,69)$.

3. Найдите произведение или частное:

1) а) $\frac{9}{13} \cdot \frac{26}{27}$; б) $-\frac{5}{14} \cdot \frac{42}{75}$; в) $\frac{17}{24} \cdot \left(-\frac{48}{51}\right)$;

2) а) $1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$; б) $-3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$; в) $-4\frac{1}{6} \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right)$;

3) а) $\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{32}\right)$; б) $-\frac{5}{7} : \left(-1\frac{4}{21}\right)$; в) $5\frac{1}{3} : 2\frac{2}{9}$;

4) а) $\frac{3}{8} \cdot (-8)$; б) $-\frac{3}{4} : 8$; в) $-5 : \left(-1\frac{2}{3}\right)$;

5) а) $7,4 \cdot 3,5$; б) $-3,7 \cdot 5,5$; в) $-8,3 \cdot (-1,4)$;

6) а) $0,72 : 0,008$; б) $0,1616 : 0,04$; в) $0,289 : 0,17$.

4. Вычислите:

1) а) 13^3 ; б) 32^2 ; в) 320^2 ; г) 1300^3 ;

2) а) $(-7)^3$; б) $(-11)^2$; в) $(-0,7)^3$; г) $(-0,11)^2$;

3) а) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$; б) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; в) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^2$; г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$.

5. Какой цифрой оканчивается результат:

1) 23^2 ; 2) 1232^2 ; 3) 144^3 ; 4) 131^3 ?

6. Найдите положительное число, которое при возведении в квадрат:

1) увеличивается в 7 раз;

2) уменьшается в 3 раза.

7. Найдите значение выражения:

- 1) $\underbrace{66\dots6}_{100 \text{ раз}} - \underbrace{33\dots3}_{100 \text{ раз}}$; 2) $\underbrace{33\dots3}_{100 \text{ раз}} - \underbrace{66\dots6}_{99 \text{ раз}}$;
3) $\underbrace{22\dots2}_{100 \text{ раз}} \cdot 4$; 4) $\underbrace{22\dots2}_{100 \text{ раз}} \cdot 5$.

III С-2. Вычисление значения числового выражения

1. Найдите значение выражения:

- 1) а) $7:2\frac{1}{3} + 4:1\frac{1}{3}$; в) $(12\frac{2}{5} - 6\frac{1}{5}) : 7\frac{3}{4}$;
б) $8\frac{1}{7} - 4\frac{1}{7} : 3\frac{5}{8}$; г) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} - 2\frac{1}{4} : 5\frac{3}{4}$;
2) а) $1,8 \cdot 0,4 + 6,4 : 0,16$; в) $(6,33 - 3,21) : 3,75$;
б) $4,24 - 17,05 : 12,5$; г) $42,6 : 85,2 - 64,8 : 21,6$.

2. Вычислите:

- 1) разность квадратов чисел $-5,8$ и $6,3$;
2) квадрат суммы чисел $-5,1$ и $-3,9$;
3) куб разности чисел $5\frac{1}{4}$ и $5\frac{1}{2}$.

3. Вычислите:

- 1) $(0,018 + 0,982) : (8 \cdot 0,5 - 0,8)$;
2) $27,3 \cdot 5,1 \cdot (-2,2) : (-0,00019)$;
3) $(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52$;
4) $(\frac{9}{22} + 1\frac{12}{33}) \cdot 1,32 - \frac{8}{13} \cdot 0,1625$.

4. Какой цифрой оканчивается разность:

- 1) $118^2 - 3^3$; 2) $17^3 - 13^2$; 3) $155^3 - 65^2$?

III С-3. Решение задач на проценты

1. Найдите 20% от числа:

- 1) 300; 2) 2; 3) 4,5; 4) 0,05.

2. Найдите число, если 13% его равны:

- 1) 260; 2) 6,5; 3) 0,0042; 4) 1,69.

3. Сколько процентов число 12 составляет от числа:

- 1) 24; 2) 1200; 3) 2400; 4) 0,12?

4. 1) Выразите десятичной дробью числа его процент:

а) 65%; б) 20%; в) 50%; г) 25%; д) 12,5%.

2) Выразите в процентах дробь числа:

а) 0,25; б) 0,6; в) 0,12; г) 1,25; д) 1,3.

5. В сплаве олова и железа олова содержится 80%. Масса сплава 500 г. Выясните:

1) сколько в сплаве олова;

2) сколько в сплаве железа;

3) какой процент железа в сплаве;

4) какой процент составляет масса железа от массы олова.

6. ОАО «Хлебобулка» планировало собрать со своих полей 480 т пшеницы. Сбор зерна составил 104,5% от намеченного. Установите:

1) сколько тонн пшеницы было собрано;

2) сколько тонн пшеницы было собрано сверх плана.

7. Сначала производительность труда бригады составляла 40 деталей в час, потом была повышена на 20%, а затем еще на 25%. Найдите:

1) производительность труда после первого повышения;

2) производительность труда после второго повышения;

3) на сколько деталей в час повысилась в результате производительность труда;

4) на сколько процентов повысилась производительность труда по сравнению с первоначальной.

8. Сколько процентов составляет:

1) число 40 от своего квадрата;

2) число 0,1 от своего куба?

9. Цена изделия сначала возросла на 50%, а затем на столько же процентов снизилась. Как и на сколько процентов изменилась цена по сравнению с первоначальной?

III С—4. Нахождение значений буквенных выражений

1. Найдите значение выражения:

1) $x - 3,8$ при $x = 1,2$; $3,8$; $-4\frac{1}{3}$;

2) $-6x$ при $x = -3,5$; -1 ; 0 ; $2\frac{1}{12}$;

3) $12x + 7$ при $x = -1$; 0 ; $-7,6$; $0,05$;

4) $4 - 2,5x$ при $x = 6$; -3 ; $-\frac{2}{3}$; $0,7$.

2. Заполните таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$3x - 5$							
$5 - 3x$							
$x(5 - 3)$							

3. Найдите значение данного выражения:

- 1) а) $3a - 15b$ при $a = -3$ и $b = -7$; $a = -\frac{3}{4}$ и $b = 0,8$;
б) $2x + 7y$ при $x = -9$ и $y = 0$; $x = -1,4$ и $y = 2,1$;
2) а) $2m + 6n - 11$ при $m = -12$ и $n = 4$; $m = -3,5$ и $n = 3\frac{1}{3}$;
б) $1 - 3p - 7q$ при $p = 18$ и $q = -9$; $p = q = -8$;
3) а) $(x - y)(x + y)$ при $x = -1,3$ и $y = 1,8$;
б) $8 - 0,7(3b + 5a)$ при $a = -3,3$ и $b = 5,5$;
в) $\frac{2a + 7b}{3} + \frac{3a - 14b}{6}$ при $a = 0$ и $b = 2,3$.

4. Составьте выражение для вычисления пути, пройденного велосипедистом за время t ч со скоростью v км/ч. Вычислите путь велосипедиста, если $v = 25$, $t = 1,2$.

5. Имеется a кг чая первого сорта по цене m_1 р. за килограмм и b кг чая второго сорта по цене m_2 р. за килограмм. Запишите в виде выражения:

- 1) общую массу чая;
- 2) общую стоимость чая первого сорта;
- 3) общую стоимость чая второго сорта;
- 4) общую стоимость всего чая;
- 5) среднюю стоимость 1 кг чая.

6. Укажите одно значение x , при котором значение данного выражения является целым числом, и одно, при котором значение этого выражения является дробным числом:

- 1) $8x$; 2) $5\frac{1}{3}x$; 3) $0,7x + 3$; 4) $2x - 0,1$.

7. Пусть $x - y = 3$ и $z = -5$. Найдите:

- 1) $x - y + z$; 3) $x - 2z - y$; 5) $\frac{z}{x - y - z}$;
2) $3z - (x - y)$; 4) $7(x - y) - 3z$; 6) $x - y - 3z$.

8. Запишите трехзначное число, содержащее:

- а) 6 сотен, a десятков, b единиц;
- б) x сотен, 7 десятков, y единиц;
- в) 8 сотен, p десятков, p единиц.

III С—5. Сравнение значений выражений

1. Сравните значения выражений:

1) а) $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$; б) $-\frac{2}{17} - \frac{1}{3}$ и $-\frac{1}{17} - \frac{2}{3}$;

2) а) $-\frac{1}{8} - \frac{3}{4}$ и 1; б) 0,5 и $\frac{1}{9} + \frac{4}{5}$.

2. Сравните значения выражения:

1) $3x + 1$ при $x = 0$ и $x = -2\frac{1}{3}$;

2) $5 - 2x$ при $x = 2$ и $x = -2$;

3) $4x + 10y$ при $x = -0,7$, $y = 0,9$ и $x = 1,4$, $y = -1,37$.

3. Запишите каждое предложение с помощью знаков неравенства. Подберите три значения переменной, при которых данное неравенство верно, и три, при которых неверно:

1) а) t больше 7; б) v меньше или равно $-1,17$;

в) p — неположительное число;

2) а) b меньше 8 и больше или равно -7 ;

б) a меньше 0,07 и больше 0,06;

в) q меньше или равно 0,1 и положительно.

4. Один сплав состоит из 5 кг олова и 15 кг меди, другой — из 3 кг олова и 7 кг меди. В каком из сплавов процентное содержание меди больше?

5. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

1) $3,5 \cdot 0,24$ и 3,5; 4) $0,57 : 6$ и $0,57 : \frac{1}{6}$;

2) $3,5 \cdot 0,24$ и 0,24; 5) $-0,57 : \frac{1}{8}$ и $-0,57$;

3) $-3,5 \cdot 0,24$ и $-3,5$; 6) $94 : (-2,1)$ и $64 : (-2,1)$.

6. Расположите числа в порядке возрастания:

1) $-\frac{8}{17}$; $-\frac{11}{17}$; $-\frac{3}{17}$; $-\frac{1}{17}$; $\frac{1}{20}$; 0; 2) $(0,3)^2$; 0,3; $(0,3)^3$.

7. Расположите числа в порядке убывания:

1) 2,07; 2,007; $-1,65$; $-1,66$; 0;

2) $-1,1$; $(-1,1)^2$; $(-1,1)^3$.

8. Цену товара понизили сначала на 20%, а через 5 лет еще на 25%. При каком снижении цена понизилась больше?

III С—6. Применение свойств действий над числами к вычислениям

1. Вычислите наиболее рациональным способом:

- 1) а) $6,89 + 5,37 + 3,11 + 4,63$;
б) $4 \frac{5}{13} + 8 \frac{7}{15} + 11 \frac{8}{13} + 14 \frac{8}{15}$;
2) а) $-321 + 457 + 921$; б) $-4,83 + 3,99 + 2,83$;
3) а) $\frac{7}{15} \cdot 37,4 \cdot 15$; б) $36 \cdot 2,7 \cdot \frac{5}{18}$;
4) а) $\frac{9}{17} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{17}{9} \cdot \frac{5}{13}$; б) $(-\frac{11}{37}) \cdot (-\frac{5}{14}) \cdot (\frac{37}{11}) \cdot (-28)$.

2. Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

- 1) а) $8 \cdot (5 + \frac{1}{8})$; б) $(7 + \frac{5}{12}) \cdot 12$; 2) а) $9 \cdot 7 \frac{4}{9}$; б) $5 \frac{1}{13} \cdot 13$.

3. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{14}{17} \cdot \frac{17}{20}$; б) $\frac{1}{15} \cdot \frac{13}{11} \cdot \frac{9}{7} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{11}{9} \cdot \frac{15}{13}$.

4. Найдите последовательно значение каждой из разностей: $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$, $\frac{1}{6} - \frac{1}{8}$, $\frac{1}{8} - \frac{1}{10}$, $\frac{1}{10} - \frac{1}{12}$, $\frac{1}{12} - \frac{1}{14}$, а затем значение суммы $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} + \frac{1}{84}$.

5. Разберите, как выполнено умножение:

$$424 \cdot 25 = 106 \cdot 4 \cdot 25 = 106 \cdot 100 = 10\,600.$$

Используя данный прием, выполните вычисления устно:

- 1) а) $888 \cdot 25$; б) $25 \cdot 244$; в) $-2424 \cdot 25$;
2) а) $25 \cdot 44,44$; б) $8,12 \cdot 25$; в) $0,003636 \cdot 25$.

III С—7. Приведение подобных слагаемых и раскрытие скобок

1. Упростите выражение:

- 1) а) $3,4 \cdot 5c$; б) $-4,5c \cdot 8$; в) $0,7 \cdot 3,8c$; г) $-5a \cdot (-12)$;
2) а) $-6x \cdot 1,25y$; б) $7,5a \cdot 2x$; в) $-0,6b \cdot 4y$; г) $\frac{5}{11} p \cdot \frac{11}{20} q$.

2. Приведите подобные слагаемые:

- 1) а) $5b + 7b$; г) $-3,4y + 8y$; ж) $\frac{1}{5}x - 3x$;
б) $6x - 13x$; д) $-5,4x + x$; з) $\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}a$;
в) $-5a - 8a$; е) $-c - 0,2c$; и) $\frac{5}{7}b - b$;

- 2) а) $9a + 17a - 30a + 4a$; в) $-k - k - 5a - a - a - a$;
 б) $-5x + 11x + 47x - 31x$; г) $5,17y + 9,31y + 4,83y - 2y$;
 3) а) $15a - a + b - 6b$; г) $7 - x + y + x - y$;
 б) $-12c - 12a + 7a + 6c$; д) $3a - a - b - 12b - 7$;
 в) $1,7x - 1,2y - 1,7x + 0,5y$; е) $1,8y + 3 - 2,8c - 0,2 - 2y$.

3. Раскройте скобки:

- 1) а) $k + (m + n)$; в) $-k - (m - n)$;
 б) $k - (m + n)$; г) $k - (-m - n)$;
 2) а) $(x - y) + (a + b)$; в) $-a + (b - c) - (x - y)$;
 б) $(a - c) - (b - d)$; г) $25 - (m - n) - (a - b)$.

4. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- 1) а) $2a + (3a - 8b)$; в) $6x + (7 - 3x)$;
 б) $-5b - (8a - 5b)$; г) $-(4x - 18) + 18$;
 2) а) $(5 - 2b) - (7 + 10b)$; в) $(2a - 7y) - (5a - 7y)$;
 б) $-(3c + 5x) - (9c - 6x)$; г) $(11p + 9c) - (12 + 11p + 9c)$;
 3) а) $x - (x - 15) + (13 + x)$; в) $(2 - 4b) - (31b - 6) - 11$;
 б) $(3a - 21) - 2a - (17 - 8a)$; г) $14b - (15b + y) - (y + 10b)$.

5. Упростите выражение:

- 1) а) $7(5a + 8) - 11a$; в) $6(c + 1) - 6c - 5$;
 б) $9x + 3(15 - 8x)$; г) $19y + 2(3 - 4y) + 11y$;
 2) а) $13a - 8(7a - 1)$; в) $21x - 7 - 4(9x + 3)$;
 б) $-2(2p - 1) + 4$; г) $33 - 8(11b - 1) - 2b$.

6. Раскройте скобки и упростите:

- а) $x - (x - (3x - 1))$; в) $5a - (6a - (7a - (8a - 9)))$;
 б) $12y - ((x - y) + 12x)$; г) $13b - (9b - ((c - b) - 9b))$.

7. Найдите значение выражения:

- а) $0,7b + 0,3(b - 5)$ при $b = -0,81$;
 б) $1,7(a - 11) - 16,3$ при $a = 3,8$;
 в) $0,6(4x - 14) - 0,4(5x - 1)$ при $x = 4\frac{1}{6}$;
 г) $5\frac{1}{7}(y - 7) - 4\frac{4}{7}(14 - y)$ при $y = -0,3$.

III С-8. Решение линейных уравнений

1. Решите уравнение:

- а) $-2x = -14$; г) $-2x = \frac{3}{7}$; ж) $-3 = -\frac{1}{3}x$;
 б) $48x = -16$; д) $-x = -2\frac{5}{8}$; з) $-\frac{2}{5}x = \frac{3}{10}$;
 в) $-25x = -1$; е) $\frac{1}{6} = -6x$; и) $0,53x = -47,7$.

2. Определите значение x , при котором значение выражения $-5x$ равно:

- а) 0; б) 10; в) -15 ; г) $-\frac{5}{9}$; д) $\frac{9}{5}$; е) $3\frac{1}{3}$.

3. На доске было записано решение линейного уравнения, но правую часть данного уравнения стерли. Восстановите ее:

- а) $5x = \quad$, б) $-7x = \quad$, в) $\frac{3}{5}x = \quad$,
 $x = -9$; $x = 0$; $x = 15$.

4. Выразите каждую из букв, входящих в формулу, через остальные:

- а) $a \cdot b = S$; б) $a \cdot m = F$; в) $F \cdot S = A$.

5. При каких значениях s уравнение $sx = 9$:

- 1) имеет корень, равный -9 , $\frac{1}{5}$, 0 ; 2) не имеет корней;
3) имеет положительный корень?

III С-9. Решение уравнений, сводящихся к линейным

1. Решите уравнение:

- 1) а) $3x + 2 = 0$; б) $3 - 5x = 0$; в) $0,6x + 1,8 = 0$; г) $7 - 0,7x = 0$;
2) а) $8x - 5 = x - 40$; г) $0,3p - 5 = 6 - 0,7p$;
б) $7t + 21 = t - 3$; д) $8,31k - 71 = 1,11k + 1$;
в) $9 + 13y = 35 + 26y$; е) $9c + 2,65 = 36,85 - 9c$;
3) а) $6x + (3x - 2) = 14$; в) $5 = -1 - (3 - 9x)$;
б) $8y - (7y - 142) = 51$; г) $9 - (8x - 11) = 12$;
4) а) $(6x + 1) - (3 - 2x) = 14$; в) $12 = (7x - 9) - (11 - x)$;
б) $(6 - 2x) + 4 = -5x - 3$; г) $11x + 103 = 1 + (12x - 31)$.

2. При каком значении t :

- 1) значение выражения $3t + 5$ равно значению выражения $5t + 13$;
2) значение выражения $3t + 17$ вдвое больше значения выражения $5t - 5$;
3) значение выражения $3t - 11$ втрое меньше значения выражения $5t - 17$;
4) значение выражения $11 - 13t$ больше, чем значение выражения $8t + 11$, на 7 ;
5) значение выражения $0,5t + 3,1$ на 8 меньше значения выражения $\frac{1}{2}t - 4,9$;
6) разность выражений $81 - 8,3t$ и $75 - 8,3t$ равна 3 ?

3. Решите уравнение:

а) $(10x - 3) + (14x - 4) = 8 - (15 - 22x)$;

б) $(2x + 3) - (5x + 11) = 7 + (13 - 2x)$;

в) $(7 - 10x) - (8 - 8x) + (10x + 6) = -8$;

г) $(2x + 3) + (3x + 4) + (5x + 5) = 12 - 7x$.

4. Среди данных уравнений выберите те, которые имеют тот же корень, что и уравнение $3x - 2 = 6x + 5$:

$$17(3x - 2) = 17(6x + 5), \quad 6x - 3x = 5 - 2, \quad \frac{3x - 2}{19} = \frac{6x + 5}{19}.$$

Укажите этот корень.

5. Среди данных уравнений укажите те, которые не имеют корней:

$$9x - 11 = 20, \quad 8x + 3 = 8x + 7, \quad 9 - x = 11 - x, \quad |x| = 10, \quad |x| + 3 = 0.$$

III С-10. Решение задач с помощью уравнений

Решите задачу:

1. В двух седьмых классах 67 учеников, причем в одном на 3 ученика больше, чем в другом. Сколько учеников в каждом классе?

2. У Коли и Пети вместе 98 марок, причем у Коли в 6 раз больше марок, чем у Пети. Сколько марок у каждого мальчика?

3. Из пунктов A и B выехали навстречу друг другу соответственно автомобилист и велосипедист. Велосипедист проехал до встречи расстояние, в 3 раза меньшее, чем автомобилист. На каком расстоянии от пункта A они встретились, если расстояние от пункта A до пункта B равно 80 км?

4. Мама весит в 5 раз больше дочери, а дочь на 40 кг легче мамы. Сколько весят мама и дочь в отдельности?

5. За 2 ч грузовик проезжает на 20 км больше, чем легковой автомобиль за 1 ч. Скорость легкового автомобиля в 1,5 раза больше скорости грузовика. Определите скорость каждого автомобиля.

6. Отцу и сыну вместе 54 года. Сколько лет каждому из них, если через 3 года отец будет в 3 раза старше сына?

7. Рост мальчика 75 см и еще половина его роста. Каков рост мальчика?

8. Федя на 7 лет старше Пети, а их папе в 3 раза больше лет, чем им обоим вместе. Сколько лет каждому из них, если папе было 36 лет, когда родился Петя?

III С-11. Построение точек в координатной плоскости

1. Постройте систему координат (возьмите единичные отрезки на осях, равные 2 клеткам). Отметьте в координатной плоскости точки:

- 1) $(3; 6)$, $(2; -5)$, $(-4; 1)$, $(-2; -2)$;
- 2) $(1; -5)$, $(-5; 1)$, $(-7; -3)$, $(-3; -7)$;
- 3) $(4; 3,5)$, $(4; -3,5)$, $(-5,3; -1,5)$, $(5,3; -1,5)$;
- 4) $(-2,8; 0)$, $(5,2; 0)$, $(0; 4,5)$, $(0; -3,4)$.

2. Запишите координаты точек (рис. 15).

3. 1) Постройте по две точки в каждой координатной четверти и запишите их координаты.

2) Постройте по две точки на каждой координатной оси и запишите их координаты.

4. Воспользовавшись рисунком 16, найдите:

- 1) координаты вершин изображенного многоугольника;
- 2) координаты точек, в которых стороны многоугольника пересекают ось x , ось y .

5. 1) Постройте в координатной плоскости прямую, проходящую через точки $A(3; 4)$ и $B(-5; -1)$. Найдите координаты точек, в которых эта прямая пересекает ось x и ось y .

2) Постройте в координатной плоскости точки $A(3,5; 4)$, $B(0; 6)$, $C(-3,5; 4)$, $D(-3,5; -4)$, $E(0; -6)$, $F(3,5; -4)$. Соедините эти точки последовательно отрезками так, чтобы получился многоугольник. Запишите координаты точек, в которых стороны многоугольника пересекают ось x .

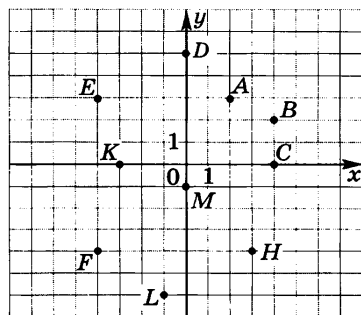


Рис. 15

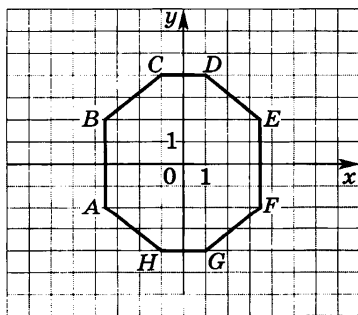


Рис. 16

6. В каких координатных четвертях расположены точки:

1) $A(25; 360)$, $B(-2,5; -100)$, $C\left(\frac{1}{8}; -\frac{1}{20}\right)$;

2) $K(-13; b)$, где $b > 0$; $L(a; b)$, где $a > 0$, $b < 0$?

III С-12. Нахождение значений функции по формуле. Статистические характеристики

1. Найдите значения функции, заданной формулой:

1) $y = 3x - 2$ для значений аргумента, равных -4 ; -1 ; 0 ; 10 ;

2) $y = -\frac{x}{2} - 6$ для значений аргумента, равных -8 ; 0 ; $0,8$; 6 ;

3) $y = x^2$ для значений аргумента, равных -5 ; 0 ; 5 ; $6,5$.

2. Составьте таблицу значений функции $y = -0,6 - 0,3x$, где $-3 \leq x \leq 2$, с шагом, равным 1. Пользуясь составленной таблицей, укажите: значение функции, соответствующее значению аргумента, равному 0; значение аргумента, при котором значение функции равно 0.

3. Найдите значение аргумента, при котором:

1) функция $y = -1,4x$ принимает значение, равное 28;

2) функция $y = 5x + 4$ принимает значение, равное 1,5.

4. Найдите значения переменной u , соответствующие значениям переменной v , равным -25 ; 0 ; 4 :

1) $u = |v| - 8$; 2) $u = |3 - v|$; 3) $|v| - 6u = 3 - 7u$.

5. Задайте формулой функцию и укажите несколько пар соответственных значений аргумента и функции, если известно, что:

1) значения функции равны значениям аргумента;

2) значения функции в 2 раза меньше значений аргумента;

3) значения функции на 1 больше, чем удвоенные значения аргумента.

6. Найдите значения функции, соответствующие значениям аргумента, равным -4 ; 0 ; 6 :

1) $y = \begin{cases} 2x - 2, & \text{если } x \geq 0, \\ \frac{1}{2}x - 2, & \text{если } x < 0; \end{cases}$ 2) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 0, \\ 8, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

7. Дана функция $y = 2x - x^2$. Составьте таблицу значений функции в точках 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 и для полученного ряда чисел найдите:

1) среднее арифметическое; 2) размах; 3) медиану; 4) моду.

III С-13. Построение графика функции вида $y=kx+b$

1. Заполните таблицу и постройте график линейной функции:

1) $y = -x + 3$

x	0	4
y		

2) $y = 2x - 4$

x		
y		

2. Постройте график линейной функции:

- 1) а) $y = x + 5$; б) $y = -2x - 6$; в) $y = 5x - 2$;
2) а) $y = -\frac{1}{2}x + 2$; б) $y = 0,3x - 6$; в) $y = -\frac{2}{3}x + 1$;
3) а) $y = 4$; б) $y = -3$; в) $y = -4,5$.

3. Используя какой-либо график из задания 2, определите:

- 1) чему равно значение функции при значении аргумента, равном 1; -1; 0; 2;
2) при каком значении аргумента значение функции равно 3; -1; 0; -2.

Проверьте свои результаты вычислением.

4. Постройте в одной системе координат графики функций и укажите координаты точки их пересечения:

- 1) $y = 0,5x - 1$ и $y = -x - 4$;
2) $y = 5 - x$ и $y = x - 5$;
3) $y = \frac{1}{3}x + 1$ и $y = x + 1$.

5. Постройте график функции:

- 1) а) $y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{3}$; б) $y = \frac{4-x}{4}$;
2) а) $y = 3(x-2)$, где $x \geq 0$; б) $y = \frac{1}{2}(4-x)$, где $x \leq 0$.

6. Постройте график функции, заданной формулами:

- 1) $y = \begin{cases} x+4, & \text{если } x < 0, \\ 4, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$ 2) $y = \begin{cases} 1-x, & \text{если } x < 0, \\ x+1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

Является ли функция линейной?

7. Постройте график функции, заданной следующим условием:

- а) значения y равны 1 при всех неположительных значениях x и равны -3 при всех положительных значениях x ;
б) значения y равны 4 при всех неотрицательных значениях x и равны -4 при всех отрицательных значениях x .

III С-14. Построение графика функции вида $y = kx$

1. Заполните таблицу и постройте график функции:

1) $y = -3x$

x	0	2
y		

2) $y = \frac{1}{4}x$

x		
y		

2. Постройте график функции:

1) а) $y = 5x$; б) $y = 1,2x$; в) $y = \frac{1}{3}x$;

2) а) $y = -4x$; б) $y = -\frac{3}{4}x$; в) $y = -0,8x$.

3. Используя какой-либо график из задания 2, определите:

1) чему равно значение функции, если значение аргумента равно 4; 1; -2,5; -1;

2) при каком значении аргумента значение функции равно 0; 1; -3; -5.

Проверьте свои результаты вычислением.

4. Функции заданы формулами $y = -2x$, $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x - 7$. Укажите те из них, графиком которых является прямая, проходящая через начало координат, и постройте эти графики.

5. На рисунке 17 изображены графики функций $y = 3x$, $y = -3x$ и $y = x - 3$. Рассмотрите расположение прямых в координатной плоскости и укажите, какая формула соответствует каждой из них.

6. Задайте прямую пропорциональность формулой, если известно, что ее график проходит через точку:

а) $A(3; 7)$; б) $B(-2; 9)$.

7. Постройте график функции:

1) а) $y = -\frac{x}{5}$; б) $y = -\frac{x}{2,5}$; в) $y = \frac{2x}{6}$;

2) а) $y = \begin{cases} -x, & \text{если } x \geq 0, \\ x, & \text{если } x < 0; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} 2x, & \text{если } x \geq 0, \\ \frac{1}{2}x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$

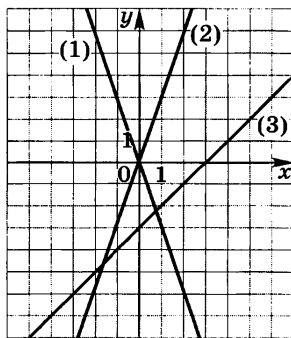


Рис. 17

III С-15. Чтение графика линейной функции

1. Используя график функции, заполните таблицу:

(1)	x	2	0	-2	-4				
	y					2	4	-2	-3

по рисунку 18;

(2)	x	2		0	3			0,5	
	y		-1			-5	4		2

по рисунку 19;

(3)	x	2	1	0	-1				
	y					-20	-15	0	20

по рисунку 20.

2. Пользуясь графиком функции (рис. 18—20), укажите:

- 1) координаты точек пересечения графика с осями x и y ;
- 2) несколько значений x , при которых точки графика расположены над осью x ;
- 3) несколько значений x , при которых точки графика расположены под осью x .

3. На рисунке 21 изображен график движения велосипедиста из пункта A в пункт B и график движения пешехода из пункта B в пункт A . Ответьте на вопросы:

- 1) на каком расстоянии от пункта A находится пункт B ;
- 2) на каком расстоянии от пункта A были велосипедист и пешеход через 0,5 ч, через 1 ч после начала движения;

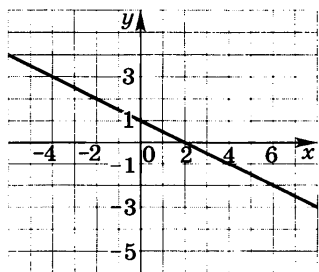


Рис. 18

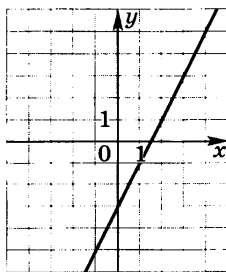


Рис. 19

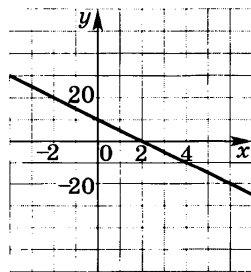


Рис. 20

3) через какое время после начала движения велосипедист встретил пешехода; сколько километров к этому времени проехал велосипедист; 4) кто раньше прибыл в конечный пункт: велосипедист или пешеход — и на сколько времени?

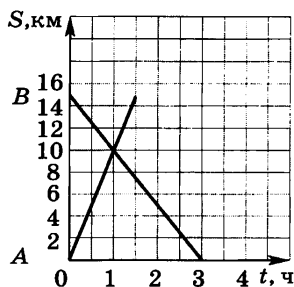


Рис. 21

4. Используя графики на рисунке 21, определите:

- 1) какова скорость движения велосипедиста;
- 2) какова скорость движения пешехода;
- 3) какой формулой можно задать зависимость расстояния, на котором находится велосипедист (пешеход) от пункта А, от времени движения.

III С-16. Взаимное расположение графиков на координатной плоскости

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{1}{3}x - 1$, $y = \frac{1}{3}x + 2$, $y = \frac{1}{3}x$. Ответьте:

- 1) чему равен угловой коэффициент каждой прямой;
- 2) каково взаимное расположение графиков функций;
- 3) каковы координаты точек пересечения каждого графика с осями координат?

2. Постройте в одной системе координат графики функций $y = x - 4$, $y = -2x - 4$, $y = -4$. Ответьте на вопросы:

- 1) в какой точке каждый график пересекает ось y , ось x ;
- 2) каково взаимное расположение графиков?

3. В одной системе координат постройте графики функций, вычислив координаты точек их пересечения с осями: $y = 2x + 4$, $y = -2x + 4$, $y = 2x - 4$, $y = -2x - 4$.

Укажите пары параллельных прямых.

4. Пересекаются ли графики функций

$$y = 6x - 3 \text{ и } y = -3x + 6, y = 5x - 2 \text{ и } y = 5x + 2?$$

В том случае, когда графики пересекаются, постройте их. Определите по графику координаты точки пересечения и проверьте результаты вычислением.

5. Задайте формулой линейную функцию, если известны угловой коэффициент k соответствующей прямой и координаты точки А, через которую она проходит:

- а) $k = \frac{2}{5}$, $A(-10; -4)$; б) $k = -3$, $A(3; 8)$.

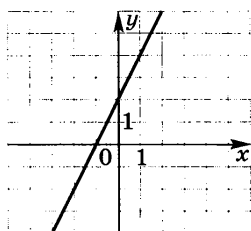


Рис. 22

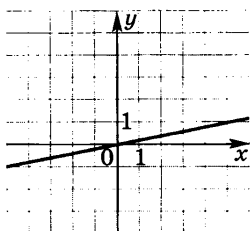


Рис. 23

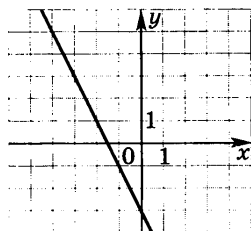


Рис. 24

6. Постройте прямую, если ее угловой коэффициент равен 0,5 и она проходит через точку (4; -2). Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен указанной прямой и пересекает ось y в точке (0; 1).

7. Ученик допустил ошибки при построении графиков функций

$y = 3x$ (рис. 22), $y = -\frac{1}{5}x$ (рис. 23) и $y = -2x + 3$ (рис. 24).

Докажите, что графики построены неверно (попробуйте решить задачу, не прибегая к вычислениям и к построению прямых).

III С-17. Построение и чтение графиков линейных функций (практические задания)

1. К концу пружины, закрепленной на крышке стола, подвешивают грузы разной массы и измеряют, на каком расстоянии от пола находится конец пружины (рис. 25).

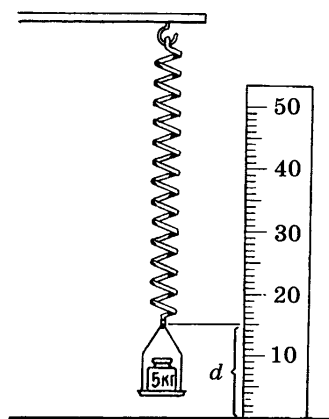


Рис. 25

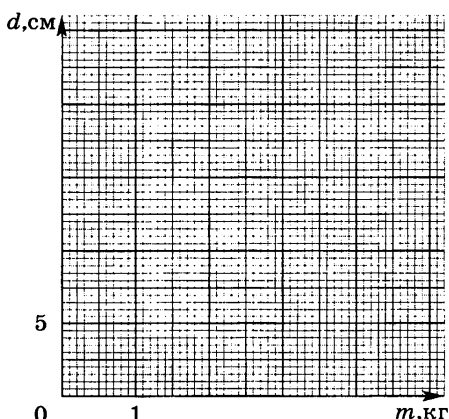


Рис. 26

С помощью опыта установили, что расстояние от конца пружины до пола вычисляется по формуле $d = 35 - 5m$, где d — расстояние от конца пружины до пола (в см), m — масса груза (в кг).

1) С помощью формулы вычислите, на каком расстоянии будет находиться конец пружины от пола, если к ней подвешен груз массой: а) 5 кг (проверьте ответ по рисунку); б) 2 кг; в) 3,5 кг; г) 0 кг.

2) Является ли данная зависимость линейной функцией?
3) Начертите координатные оси так, как на рисунке 26, и постройте график функции $d = 35 - 5m$, где $0 \leq m \leq 7$.

4) С помощью построенного графика найдите d , если:

а) $m = 1,7$; б) $m = 2,5$; в) $m = 3,6$; г) $m = 0$.

В каждом случае истолкуйте результат.

5) С помощью построенного графика найдите, при каком значении m : а) $d = 20$; б) $d = 6$; в) $d = 14$; г) $d = 35$.

В каждом случае истолкуйте результат.

2. Известно, что, чем глубже под поверхностью земли мы находимся, тем выше температура воздуха. Для одной из шахт установили, что температуру воздуха в ней можно вычислять по формуле $t = 10 + \frac{l}{100}$, где t — температура (в °С), l — глубина под поверхностью земли (в м).

1) Вычислите температуру воздуха в шахте на глубине: а) 20 м; б) 600 м; в) 100 м; г) 170 м.

2) Является ли зависимость температуры воздуха в шахте от ее глубины линейной функцией? Чему в этом случае равны коэффициенты k и b ?

3) Начертите координатные оси, выбрав на них подходящий масштаб, и постройте график функции $t = 10 + \frac{l}{100}$, где $0 \leq l \leq 800$.

4) С помощью построенного графика найдите t , если:

а) $l = 150$; б) $l = 220$; в) $l = 460$; г) $l = 0$.

В каждом случае истолкуйте результат.

5) С помощью построенного графика определите, на какой глубине в шахте мы находимся, если температура воздуха там равна: а) 10 °С; б) 15 °С; в) 17 °С; г) 11 °С.

6) С помощью графика определите:

а) на сколько градусов повысится температура воздуха, если с глубины 300 м опуститься на глубину 500 м; с глубины 100 м опуститься на глубину 200 м;

б) на сколько градусов понизится температура воздуха, если с глубины 300 м подняться на глубину 50 м.

С-18. Вычисление значения числового выражения, содержащего степень

1. Найдите значение выражения:

- 1) а) 4^3 ; б) $(0,7)^2$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$; г) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$;
2) а) $(-6)^2$; б) $(-0,3)^4$; в) $(-1)^8$; г) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$;
3) а) -9^2 ; б) $-(-\frac{3}{5})^3$; в) $-(-0,2)^4$.

2. Сравните с нулем значение выражения:

- 1) $(-8,6)^3$; 2) $(-1,24)^2$; 3) -36^2 ; 4) $-0,45^3$.

3. Представьте в виде степени:

- 1) с основанием 3 число 3; 27; 81; 243;
2) с основанием 0,1 число 0,00001; 0,001; 0,1;
3) с основанием $-\frac{1}{3}$ число $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{81}$;
4) с основанием -2 число -2 ; -8 ; 16.

4. Вычислите:

- 1) а) $0,2 \cdot 70^2$; б) $\frac{0,2^4}{40}$; в) $-3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$; г) $0,5 \cdot (-4)^2$;
2) а) $\left(3 \cdot \frac{5}{6}\right)^2$; б) $\left(12 : \frac{4}{3}\right)^3$; в) $8^2 + 8$; г) $(6,1 - 5,9)^5$;
3) а) $3^4 - (-6)^2$; б) $-5^3 + (-10)^3$; в) $(-1)^7 + (-1)^8$.

5. Вычислите с помощью калькулятора:

- 1) а) $1,45^3$; б) $2,4^4$; в) $(-3,1)^5$;
2) а) $4,58^2 : 2,29$; б) $(31,9 - 25,7)^3$; в) $9,042 + 6,4^2$.

6. Найдите:

- 1) сумму квадратов чисел 0,4 и $-0,5$;
2) квадрат суммы чисел $-4,8$ и 3,9;
3) разность квадратов чисел 1,2 и 0,8;
4) квадрат разности чисел 2,6 и 1,8.

7. Найдите значение выражения:

- 1) а) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 1\frac{2}{3} + (0,6)^2$; б) $2000 \cdot (0,3)^4 - (-2)^4$;
2) а) $\frac{1,8}{(0,3)^2} - (-4)^3$; б) $2^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3$.

8. Не выполняя вычислений, сравните с нулем:

- 1) а) $(-4,8)^4 \cdot (-5,7)$; б) $(-9,4)^5 : (-3,1)$;
2) а) $-(-4,5)^3 \cdot (-3,8)^2$; б) $-(-8,4)^6 : (-2,3)^4$.

9. Сравните значения выражений:

- 1) а) $(-6,1)^5$ и $(-2,3)^4$; б) $(-1,3)^5 \cdot (-2,4)$ и $(-3,8)^5 : (-0,7)^2$;
2) а) $(-0,4)^6$ и $(-0,4)^8$; б) $(-2,3)^5$ и $(-2,3)^7$.

III С-19. Вычисление значения буквенного выражения, содержащего степень

1. Вычислите значение выражения:

1) a^2 при $a=9$; -7 ; $0,6$; $\frac{5}{6}$; $-2\frac{1}{3}$;

2) x^3 при $x=4$; -5 ; $0,4$; $\frac{2}{3}$;

3) $0,2c^2$ при $c=6$; $-0,4$; $1,5$;

4) $10y^3$ при $y=-3$; $0,3$; 6 ;

5) b^2-14 при $b=9$; 0 ; -11 ;

6) x^2+x^3 при $x=-0,4$; 10 .

2. 1) Найдите значения выражений x^2 , $-x^2$, $x^2+3,5$ для заданных значений x и заполните таблицу (используйте найденные значения выражения x^2 для вычисления значений двух других выражений):

x	-8	-1	0	0,9	1,5	14
x^2						
$-x^2$						
$x^2+3,5$						

2) Найдите значения выражений x^3 , $0,5x^3$, x^3-10 для заданных значений x и заполните таблицу:

x	-6	-0,2	0	1	8
x^3					
$0,5x^3$					
x^3-10					

3. Найдите значение выражения:

1) ab^3 при $a=-12$ и $b=\frac{1}{4}$; $a=-10$ и $b=-1$;

2) $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ при $a=0$ и $b=25$; $a=-9$ и $b=1,5$;

3) $(a+b)^3$ при $a=-1,6$ и $b=2,1$; $a=1,4$ и $b=2,6$;

4) $(a-b)^2$ при $a=9,5$ и $b=10,3$; $a=0,4$ и $b=-0,6$.

4. Сравните значения выражений:

- 1) $-c^2$ и $(-c)^2$ при $c = -3$; 0; 4;
2) $-y^3$ и $(-y)^3$ при $y = -4$; 0; 5.
-

5. Поставьте вместо многоточия такой из знаков $>$, $<$, \geq , \leq , при котором получившееся неравенство будет верным при любых значениях a и b :

- 1) а) $a^2 \dots 0$; в) $-a^2 \dots 0$; д) $-a^2 - 5 \dots 0$;
 б) $(a-4)^2 \dots 0$; г) $a^2 + 1 \dots 0$;
2) а) $a^2 + b^2 \dots 0$; в) $(a+b)^2 \dots 0$;
 б) $a^2 + b^2 + 4 \dots 0$; г) $-(a+b)^2 \dots 0$.

III С-20. Умножение и деление степеней с одинаковыми основаниями

1. Представьте в виде степени произведение:

- 1) а) $x^8 \cdot x^3$; б) $x^4 \cdot x^4$; в) $x \cdot x^2$; г) $5^7 \cdot 5^4$;
2) а) $a^3 \cdot a^2 \cdot a$; б) $a^9 \cdot a^2 \cdot a^4$; в) $(-4)^3 \cdot (-4) \cdot (-4)^6$.

2. Представьте в виде степени частное:

- 1) а) $y^{10} : y^5$; б) $b^7 : b^6$; в) $x^8 : x^7$; г) $a^9 : a^9$;
2) а) $8^{21} : 8^9$; б) $(0,3)^{12} : (0,3)^5$; в) $(-0,2)^{16} : (-0,2)^6$.

3. Замените значок $*$ степенью с основанием c так, чтобы стало верным равенство:

- 1) $c^4 \cdot * = c^{12}$; 2) $* \cdot c = c^4$; 3) $c^{14} : * = c^7$; 4) $* : c^9 = c^{10}$.

4. Используя правила умножения и деления степеней, упростите выражение:

- 1) $x^8 \cdot x^3 : x^5$; 2) $x^{20} : x^{10} \cdot x$; 3) $x^7 : x^3 : x^3$; 4) $x^{14} : x^9 \cdot x^5$.

5. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{8^{16} \cdot 8^5}{8^{18}}$; 2) $\frac{10^{10}}{10 \cdot 10^5}$; 3) $\frac{(-2)^7 \cdot (-2)^4}{(-2)^8}$; 4) $\frac{(0,3)^{10} \cdot (0,3)^7}{(0,3)^8 \cdot (0,3)^6}$.

6. Сравните с нулем значение выражения:

- 1) $(-25)^{12} \cdot (-25)^9$; 2) $(-4)^{19} : (-4)^7$; 3) $(-12)^{13} \cdot (-12)^8$.

7. Представьте в виде степени выражение:

- 1) $a^2 \cdot a^n$; 3) $y^{12} : y^n$; 5) $a^{2n} \cdot a^n$;
2) $x \cdot x^m$; 4) $c^m : c^3$; 6) $x^{2n} : x^n$.

8. Упростите выражение:

- 1) а) $x^{22} \cdot (x^{18} : x^9)$; б) $x^{16} \cdot (x^{12} \cdot x^4)$; в) $x^{18} : (x^{18} : x^9)$;
2) а) $(x^8 \cdot x^2) : (x^4 \cdot x^5)$; б) $(x^{25} : x^5) \cdot x^{10} : x^3$.

9. Сравните с нулем значение выражения:

- 1) $-(-12)^6 \cdot (-12)^5$; 2) $(-4)^{16} : 4^6$.

10. Представьте данное выражение сначала в виде произведения степеней, а затем в виде частного степеней:

- 1) a^{m-2} ; 2) a^{4n} ; 3) a^n .

III С-21. Возведение в степень произведения и степени

1. Возведите в степень произведение:

- 1) а) $(bc)^6$; б) $(abc)^{10}$; в) $(2a)^5$; г) $(3xy)^3$; д) $\left(\frac{1}{10}xyz\right)^4$;
2) а) $(-4a)^3$; б) $(-0,1y)^4$; в) $(-5xy)^2$; г) $\left(-\frac{3}{4}abc\right)^3$.

2. Выполните возведение в степень, представив предварительно основание степени в виде произведения множителей -1 и a :

- 1) а) $(-a)^2$; б) $(-a)^6$; в) $(-a)^{200}$; г) $(-a)^{2n}$;
2) а) $(-a)^3$; б) $(-a)^5$; в) $(-a)^{23}$; г) $(-a)^{2n+1}$.

3. Представьте произведение в виде степени:

- 1) а) a^6b^6 ; б) $49x^2y^2$; в) $0,0001a^4b^4$;
2) а) $-a^3$; б) $-27a^3$; в) $-32a^5c^5$;
3) а) $-x^7y^7z^7$; б) $0,0016a^4c^4d^4$; в) $-\frac{1}{8}a^3b^3c^3$.

4. Вычислите значение выражения, используя свойство степени произведения:

- 1) $4^3 \cdot 5^3$; 2) $\left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot 30^4$; 3) $80^3 \cdot (0,5)^3$; 4) $\left(3\frac{1}{3}\right)^4 \cdot (1,5)^4$.

5. Выполните возведение в степень:

- 1) а) $(x^2)^6$; б) $(x^3)^3$; в) $(x^5)^4$; г) $(x^n)^3$;
2) а) $(-a^5)^2$; б) $(-a^4)^3$; в) $(-a^3)^{2n}$.

6. Замените значок $*$ таким выражением, чтобы выполнялось равенство:

- 1) $(*)^4 = c^{16}$; 2) $(*)^2 = c^{12}$; 3) $(*)^n = c^{2n}$; 4) $(*)^3 = c^{3n}$.

7. Упростите выражение:

- 1) $((a^3)^4)^5$; 2) $((a^2)^2)^2$; 3) $((a^3)^3)^3$; 4) $((-a)^2)^3$; 5) $(-(-a)^3)^2$.

8. Представьте выражение в виде степени:

- 1) с основанием 3: а) 27^4 ; б) $(9^3)^2$;
2) с основанием -3 : а) 81^2 ; б) $((-9)^2)^3$.

9. Среди выражений укажите такие, которые:

- 1) тождественно равны a^2 : $(-a)^2$, $-(-a^2)$, $-(-a)^2$;
2) тождественно равны a^3 : $(-a)^3$, $-(-a^3)$, $-(-a)^3$.

III С-22. Различные преобразования выражений, содержащих степени

1. Упростите выражение:

- 1) а) $(-a)^2 \cdot a^5$; б) $-a^2 \cdot a^5$; в) $a^2 \cdot (-a)^5$; г) $(-a^2) \cdot (-a)^5$;
2) а) $(x^3)^2 \cdot x^4$; б) $(x^3 \cdot x^5)^4$; в) $x^3 \cdot (x^3)^3$; г) $(x \cdot x^5)^5$;
3) а) $(y^3)^2 \cdot (y^2)^3$; б) $(y^3 \cdot y)^3 \cdot (y^3 \cdot y)^2$; в) $(y^6)^2 \cdot (y^4 \cdot y^2)^2$;
4) а) $c^{10} : (c^2)^5$; б) $(c^3)^7 : (c^3)^6$; в) $(c^2 \cdot c)^3 : (c^3 \cdot c)^2$.

2. Придумайте какое-либо выражение с переменной x , в результате преобразования которого получилось бы выражение: а) x^{10} ; б) x^{15} ; в) $-x^3$.

3. Используя свойства степеней, найдите значение выражения:

- 1) а) $2^8 \cdot (2^3)^2 : 2^{12}$; б) $7^{15} : (7^5)^2 : 7^3$;
2) а) $\frac{16^2}{2^5}$; б) $\frac{27^4}{9^5}$; в) $\frac{32^3 \cdot 8^2}{16^5}$;
3) а) $\frac{3^{10} \cdot 7^{10}}{21^8}$; б) $\frac{6^{15}}{2^{13} \cdot 3^{13}}$; в) $\frac{20^{10}}{5^{10} \cdot 4^{10}}$.

4. Замените значок $*$ некоторым выражением так, чтобы стало верным равенство:

- 1) $(x^3 \cdot x)^3 : * = x^6$; 3) $(x^4)^3 \cdot * = -x^{15}$;
2) $(x^4)^3 \cdot * = x^{15}$; 4) $(x^3 \cdot x^2)^2 = * \cdot (-x)^3$.

5. Выполняя задания на преобразование выражений, содержащих степени, ученик допустил следующие ошибки:

- 1) а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5^3$; в) $8^1 = 1$;
б) $(-2)^2 = -2 \cdot 2 = -4$; г) $0^0 = 1$;
2) а) $3^5 \cdot 3^8 = 3^{40}$; в) $2^4 + 2^2 = 2^6$;
б) $5^2 \cdot 5^3 = 10^5$; г) $3^{10} : 3^2 = 3^5$;
3) а) $(2a)^5 = 2a^5$; б) $(x^2)^3 = x^8$; в) $(a^3) \cdot (a^2)^4 = (a^2)^7 = a^{14}$.

Какие определения, свойства, правила не знает ученик?

III С–23. Вычисление значения одночлена

1. Найдите значение одночлена:

- 1) $-1,5a^2$ для $a=2$; $0,8$; 0 ; -1 ; -20 ;
- 2) $5y^3$ для $y=-10$; $-0,4$; 0 ; 2 ; 8 ;
- 3) $-3ab$ для $a=-2,5$ и $b=8$; $a=1,75$ и $b=1\frac{1}{3}$;
- 4) $0,04xy^2$ для $x=15$ и $y=-2$; $x=-8$ и $y=-10$;
- 5) $0,1xyz$ для $x=-1$, $y=1$ и $z=20$; $x=3$, $y=-4$ и $z=-2$.

2. Составьте таблицу значений одночлена:

- 1) $8x^2$ для значений x из промежутка от $-0,5$ до $0,5$ с шагом, равным $0,1$;
- 2) $0,5x^3$ для значений x из промежутка от -10 до 10 с шагом, равным 2 .

3. Найдите с помощью калькулятора значение одночлена:

- 1) $1,7xyz$ для $x=2,1$, $y=0,8$ и $z=5,6$;
- 2) $-0,8a^2b^3$ для $a=1,4$ и $b=2,5$;
- 3) $8,5x^2y^2z$ для $x=11,5$, $y=12,4$ и $z=-8$;
- 4) $3,7a^3b^3c$ для $a=-1,8$, $b=4,5$ и $c=8,1$.

4. Найдите:

- 1) значение a , при котором значение одночлена $0,3a$ равно 0 ; $0,6$; $-0,8$; -1 ;
- 2) какую-нибудь пару значений a и b , при которых значение одночлена $5ab$ равно 30 ; -10 ; 0 ; 5 .

5. Верно ли, что одночлен:

- 1) $2a^3$ при любом a принимает положительные значения;
- 2) $-10x^6$ при любом x принимает отрицательные значения;
- 3) $-0,03y^2$ при любом y принимает неположительные значения;
- 4) $2,7c^2$ при любом c принимает неотрицательные значения?

При утвердительном ответе обоснуйте свое заключение, при отрицательном приведите опровергающий пример.

III С–24. Умножение одночленов и возведение одночлена в степень

1. Выполните умножение:

- 1) а) $12y \cdot 0,5y$; б) $8x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}y\right)$; в) $-b^3 \cdot 3b^2$;
- 2) а) $\frac{3}{4}xy^2 \cdot 16y$; б) $1,6a^2c \cdot (-2ac^2)$; в) $-x^3y^4 \cdot 1,4x^6y^5$.

2. Перемножьте одночлены:

- 1) $-20x^4$, $0,5xy^2$ и $-0,3x^2y^3$;
2) $12x^2y^2z$, $-\frac{3}{4}xy^2z^2$ и $-0,1x^2yz^2$.

3. Замените значок * одночленом стандартного вида так, чтобы получившееся равенство было тождеством:

- 1) $* \cdot 4c^2 = 30ac^3$; 2) $8a^2b^4 \cdot * = -8a^5b^6$.

4. Выполните возведение одночлена в степень:

- 1) а) $(6y)^2$; б) $\left(\frac{1}{2}a^2\right)^3$; в) $(0,1c^5)^4$;
2) а) $(5ax)^3$; б) $(4ac^4)^3$; в) $(5x^5y^3)^3$;
3) а) $\left(-\frac{1}{3}xy\right)^4$; б) $(-10x^2y^6)^3$; в) $(-a^2b^3c^4)^7$;
4) а) $-(3a^2b)^3$; б) $-(-2ab^4)^3$; в) $-(-a^3b^2c)^4$.

5. Представьте в виде:

- 1) квадрата одночлена выражение $\frac{1}{9}a^6$; $0,16a^4b^{10}$;
2) куба одночлена выражение $0,008x^9$; $-27a^3b^{12}$.

6. Упростите выражение:

- 1) а) $35a \cdot (2a)^2$; б) $-4x^3 \cdot (5x^2)^3$; в) $(-4y^2)^3 \cdot y^5$;
2) а) $\left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) \cdot (2x^6y)^4$; б) $90a^4b^3 \cdot \left(-3\frac{1}{3}ab^6\right)^2$.

7. Представьте в виде одночлена стандартного вида:

- 1) а) $(10a^2y)^2 \cdot (3ay^2)^3$; б) $\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^3 \cdot (4y^5)^2$;
2) а) $-(3x^6y^2)^3 \cdot (-x^2y)^4$; б) $(-5ab^6)^4 \cdot (0,2a^6b)^4$.

8. Можно ли представить в виде квадрата одночлена выражение:

- 1) а) $49a^6b^4$; 2) а) $-0,1a^4b^2 \cdot (-10a^2b^4)$;
б) $-25x^2y^4$; б) $-(-2a^4)^3 \cdot 2b^8$?

III С-25. Приведение многочленов к стандартному виду

1. Приведите многочлен к стандартному виду:

- 1) а) $b \cdot ab + a^2b$; в) $3c \cdot 8b \cdot c^2 - c \cdot 2a$;
б) $5x \cdot 8y^2 - 7x^2 \cdot 3b$; г) $5x \cdot 8y \cdot (-7x^2) + (-6x) \cdot 3y^2$;
2) а) $2m^6 + 5m^6 - 8m^6 - 11m^6$; в) $12ab - 5ab - 2ba$;
б) $-3,1y^2 + 2,1y^2 - y^2$; г) $9x^2y + x^2y - 13x^2y - 9x^2y$.

2. Приведите подобные члены и укажите степень многочлена:

- 1) а) $8b^3 - 3b^3 + 17b - 3b^3 - 8b - 5$;

- б) $5a^2 + 3a - 7 - 5a^3 - 3a^2 + 7a - 11$;
 в) $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 + x^3 - x^2 + x - 1$;
 2) а) $3p^2 + 5pc - 7c^2 + 12p^2 - 6pc$;
 б) $9x^2 - 8xy - 6y^2 - 9x^2 - xy$;
 в) $6a^2b - 5ab^2 + 5a^3 + 2ab^2 - 8a^3 - 3a^2b$.

3. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $-15a - b - 2 + 14a$ при $a = -29$, $b = -2$;
 2) $xy - 6x + x + 7y$ при $x = y = -3$;
 3) $m^4 - 3m^3n + m^2n^2 - m^3n - 4mn^3$ при $m = -1$, $n = 1$.

4. Дан многочлен $3x^3 - 5x^2 + 2x - 15$. Составьте новый многочлен и запишите его в стандартном виде, подставив вместо x :

- 1) a ; 2) $-x$; 3) $2a$; 4) $2x^2$.

5. Приведите подобные члены многочлена:

- 1) $8x^2 - 7xy - 5y^2 - 4x^2 - 20yx - 5x^2 + 2y^2 + 7xy + 3y^2$;
 2) $32a^3bc - 23ab^3c - 37abc^3 - 35ab^3c + 36abc^3 - 33a^3bc$.

6. Вместо значка $*$ запишите такой одночлен, чтобы получился многочлен 6-й степени:

- а) $a^3 - 2a^2 + 3a - 1 + *$; в) $y^6 - 2y^4 - 3y + *$;
 б) $2x^7 - x^5 + 2x^4 + *$; г) $x^3y^3 - x^2y^3 + xy^6 + *$.

7. Вместо значка $*$ запишите такой одночлен, чтобы получившийся многочлен стандартного вида не содержал переменную b :

- а) $8b + 13 - 5b - 37 - 11b + 35 + *$;
 б) $8b^2x^2 - 5x^3 + 3x - 17x^2b^2 + 5 - 10x + *$;
 в) $2y^2 - 5by + b^2 + 7y^2 + 3by - 5b^2 + 9y^2 + 2by + *$.

8. Из перечисленных многочленов выпишите те, значения которых положительны при всех значениях входящих в них переменных; отрицательны при всех значениях входящих в них переменных:

- 1) $a^5 + a^3 + a$, $-3a^2 - 1$, $a^6 + a^4 + a^2 + 3$;
 2) $a^2 + b^2 + 2$, $-a^2 - b^2 - a^2b^2 - 16$, $-a - b - 8$.

III С-26. Сложение и вычитание многочленов

1. Составьте сумму и разность многочленов и приведите к стандартному виду:

- 1) а) $3a^2 + 7a - 5$ и $3a^2 + 1$; в) $x + 6y$ и $3 - 6y$;
 б) $5a + 3$ и $-2a^2 + a + 7$; г) $x^2 - 3xy + y^2$ и $x^2 - y^2$;

- 2) а) $5y^2 - 3y - 1$ и $8y^2 + 2y - 11$;
 б) $2a^2 + 3a - 2$ и $5a^3 - 3a + 2$;
 в) $x^3 - 3x + 15$ и $x^3 + 3x - 15$;
 г) $8x^2 + 2px - 3p^2$ и $2x^2 + 3px - 3p^2$.

2. Упростите выражение:

- а) $(3a + 5b) + (9a - 7b) + (-5a + 11b)$;
 б) $(2x - 11y) - (5x + 12y) + (3x - 17y)$;
 в) $(3b^2 + 2b) + (2b^2 - 3b - 4) - (-b^2 + 19)$;
 г) $(a - b + c) + (a - c) - (a - b - c)$.

3. Велосипедист был в пути 4 ч. За первый час он проехал x км, а в каждый следующий час проезжал на 1 км меньше, чем в предыдущий. Найдите путь, который проехал велосипедист:

- 1) за второй час; 4) за последние два часа;
 2) за третий час; 5) за все время движения.
 3) за первые два часа;

4. Запишите сумму и разность многочленов в стандартном виде:

- 1) $3x^5 - 3x^3 + x - 8$ и $-3x^5 + 3x^3 - x + 8$;
 2) $27b^3 - 27b^2y + 9by^2 - y^3$ и $20b^3 + 27b^2y + 9by^2 - 3y^3$.

5. Упростите выражение:

- 1) $(2x + 3y - 5z) - (6x - 8y - 3z) + (5x - 8y - 9z)$;
 2) $(2k^3 - k^2 - k + 1) - (6k^4 - 3k^3 - 3k^2 + 21k) - (2k^5 - k^4 - k^3 + 2k^2)$.

6. Запишите во втором столбце многочлен, сумма которого с многочленом из первого столбца равна многочлену из третьего столбца:

- | | | |
|-------------------------|--|----------------------|
| 1) $5x + 1$ | | $9x - 3$ |
| 2) $2x^2 + x + 3$ | | $2x + 3$ |
| 3) $a^3 - 3a^2b - 5b^3$ | | $a^3 - 3a^2b - 5b^3$ |
| 4) $x^2 + 5xy - y^3$ | | 0 |
| 5) $a^2 - 2ac - c^2$ | | $a^2 + 2ac + c^2$ |
| 6) $2x + 3a$ | | $2y + 2a$ |

III С-27. Заключение многочленов в скобки

1. Представьте многочлен в виде суммы двух многочленов, один из которых содержит переменную b , а другой нет:

- 1) а) $2bx + 2by + 2x + 2y$; б) $b^3 - b^2 - b + 3y - 1$;
 2) а) $bx^2 - x + 1 - b$; б) $a^2 - b^2 - 2ab - 1$.

2. Представьте многочлен в виде разности двух многочленов, один из которых содержит переменную a , а другой нет (проверьте результат, раскрыв мысленно скобки):

- 1) а) $ac - ab - c + b$;
б) $am + an + m - n$;
в) $ax^2 + x - 5 - 5a$;
2) а) $a^2 - ax - ay - 1 + x + y$;
б) $-x + ax - ay - y + 3 - a$;
в) $2b + a^2 - b^2 - 1$.

3. Представьте многочлен в виде разности двух многочленов с положительными коэффициентами:

- а) $pc + p - c - 1$; в) $3z - 5y - 2$;
б) $8x - 3a - 1 + 24ax$; г) $-3a - 5b + 8$.

4. Представьте данное выражение в виде суммы или разности двух многочленов, один из которых содержит переменную y , а другой не содержит:

- а) $(5y^2 - 3ay - a^2) - (8y - 8a - a^2) + (3y + 7ay)$;
б) $(3a^2y - 8by - c) - (5a^2y + 4by - 3c) - 5c$.

III С-28. Умножение одночлена на многочлен

1. Выполните умножение:

- 1) а) $p(a + b)$; б) $-y(k + c)$; в) $a(k + c - 3)$; г) $-x(a - b + 1)$;
2) а) $5a^2(2 - a)$; в) $-7x^3(x^5 + 3x)$;
б) $-8b^3(b - 2b^2)$; г) $(y^{15} + y^{20}) \cdot 12y^{23}$;
3) а) $2m^4(m^5 - m^3 - 1)$; г) $2x(3x^2 + 5xy - y^2)$;
б) $-3c(c^3 + c - 4)$; д) $b^5(b^6 - 5b^3 + b - 3)$;
в) $(8a^2 - 4a + 16) \cdot 0,25a$; е) $-9p(-2p^4 + p^2 - 2p + 1)$.

2. Запишите вместо значка $*$ такой одночлен, чтобы получившееся равенство было тождеством:

- 1) а) $(a + b) \cdot * = ap + bp$;
б) $* \cdot (m - n) = -km + kn$;
2) а) $* \cdot (p - x + y) = ap - ax + ay$;
б) $(x + y + z) \cdot * = -bcx - bcy - bcz$;
3) а) $* \cdot (x^2 - xy) = x^2y^2 - xy^3$;
б) $(x - 1) \cdot * = x^2y^2 - xy^2$.

3. Упростите выражение:

- 1) а) $5(a+2)+(a+2)$; в) $7(x-7)-3(x-3)$;
б) $(x-3)-3(x-3)$; г) $15(8x-1)-8(15x+4)$;
2) а) $2x(x+1)-4x(2-x)$; в) $3c(c+d)+3d(c-d)$;
б) $2y(2x-3y)-3y(5y-3x)$; г) $5b(3a-b)-3a(5b+a)$;
3) а) $x(x^2+x)-(x^2+x+1)$;
б) $2y^2(6y-1)+3y(y-4y^2)$;
в) $a(2a^2-3n)-n(2n^2+a)$;
г) $b(b^3-b^2+b)-(b^3-b^2+b)$.
-

4. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $c(2a-2c)+a(3c-a)-2(a-c^2)$ при $a=-0,1$, $c=0,7$;
2) $p^2(p^2+5p-1)-3p(p^3+5p^2-p)+2p^4+10p^3-2p^2$ при $p=3\frac{1}{3}$.

5. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

- 1) а) $(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3)a^2b$;
б) $2k^2x^3(3x^3+2x^2-k-k^2)$;
2) а) $5x(3x^3-x^2-ax+a^3)\cdot a$;
б) $-ab(a^2b-ab^2-a^3b^3)\cdot p$.

III С-29. Решение уравнений

1. Решите уравнение:

- 1) а) $(2x-7)+(6x+1)=18$; в) $(4-8,2x)-(3,8x+1)=5$;
б) $24-2(5x+4)=6$; г) $12=-6+6(3x-1,5)$;
2) а) $20+4(2x-5)=14x+12$;
б) $15x-1=3(7x-1)-2$;
в) $-8(11-2x)+40=3(5x-4)$;
г) $2x-12(3-x)=1+3(x+2)$;
3) а) $-5(2-7x)=0$; в) $8(5x-1)=0$;
б) $-5(2-7x)=5$; г) $8(5x-1)=8$.

2. При каком значении x :

- 1) значение двучлена $-3x-11$ равно 0;
2) значения двучленов $0,3x-10$ и $4-0,7x$ равны;
3) значение двучлена $3-6x$ на 16 меньше значения двучлена $2x+3$;
4) утроенное значение двучлена $x+1$ на 12 больше значения одночлена $5x$?

3. Решите уравнение:

- 1) а) $4(2 - 3x) + 7(6x + 1) - 9(9x + 4) = 30$;
б) $17 - 2(x + 3) + 5(x - 7) - 3(2x + 1) = -28$;
в) $x(4x + 11) - 7(x^2 - 5x) = -3x(x + 3)$;
2) а) $n(12 - n) - 5 = 4n - n(10 + (n - 3))$;
б) $16 + 5(-c - 2(c - 4)) = 12(3 - 2c) - 1$.

4. Придумайте два различных многочлена первой степени с переменной a , которые принимают равные значения при a , равном -4 . Равны ли значения этих многочленов при a , равном 10 ?

III С-30. Решение уравнений

1. Решите уравнение:

- 1) а) $\frac{1-4x}{5} = 1$; б) $\frac{3x-10}{2} = -1$; в) $\frac{x+3}{10} = \frac{1}{5}$;
2) а) $\frac{8x+3}{7} = \frac{10x-1}{7}$; б) $\frac{x+2}{5} = \frac{3x-5}{4}$; в) $\frac{7-x}{6} = \frac{19x-11}{8}$;
3) а) $\frac{5x-9}{4} + \frac{5x-7}{4} = 1$; г) $\frac{x}{7} - \frac{3x-1}{14} = 2$;
б) $2x - \frac{2x+3}{3} = \frac{x-6}{3}$; д) $\frac{2x-3}{9} + \frac{x-1}{5} = 2$;
в) $\frac{2-x}{5} - \frac{x}{15} = \frac{1}{3}$; е) $\frac{x+14}{5} - \frac{6x+1}{7} = 1$.

2. Решите уравнение:

- 1) $\frac{5x-4}{3} + \frac{3x-2}{6} + \frac{2x-1}{2} = 3x - 2$;
2) $\frac{2x-3}{5} + \frac{x-1}{4} + \frac{5x+1}{20} = 3 - x$;
3) $x^2 - 5x + 3 - \frac{3x^2 - 5x - 7}{3} = \frac{1}{3}$.

III С-31. Решение задач

1. Даны два двучлена $5x + 11$ и $3x - 5$. Запишите с помощью уравнения следующее предложение:

- 1) значение суммы этих двучленов равно 17 ;
2) значение первого двучлена на 13 больше значения второго;
3) значение второго двучлена на 13 меньше значения первого;

- 4) значение второго двучлена равно удвоенному значению первого;
 5) значение второго двучлена, увеличенное на 13, равно утроенному значению первого.

2. Решите задачу:

- 1) Скорость автомобиля на 30 км/ч больше скорости мотоцикла. Они едут навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 240 км, и встречаются в пункте C . Найдите скорость автомобиля и скорость мотоцикла, если известно, что автомобиль был в пути 3 ч, а мотоцикл — 2 ч.
 2) В столовую привезли картофель, упакованный в пакеты по 3 кг. Если бы он был упакован в пакеты по 5 кг, то понадобилось бы на 8 пакетов меньше. Сколько килограммов картофеля привезли в столовую?

3) Собрание сочинений Конан Дойла содержит 5 толстых томов, 4 средних и 3 тонких тома. Количество страниц в среднем томе на 30 меньше, чем в толстом, и на 20 больше, чем в тонком. Сколько страниц в каждом томе, если общее число страниц в собрании 6090?

4) Из пунктов A и B , расстояние между которыми 94 км, отправились одновременно навстречу друг другу пешеход и велосипедист. Скорость пешехода на 16 км/ч меньше скорости велосипедиста. Найдите скорость каждого, если известно, что встретились они через 4 ч и пешеход сделал в пути полчасовую остановку.

5) Одна из сторон равнобедренного треугольника на 6 см длиннее другой. Найдите боковую сторону треугольника, если его периметр равен 39 см (рассмотрите два случая).

III С—32. Вынесение общего множителя за скобки

1. Вынесите общий множитель за скобки (проверьте свои действия умножением):

- 1) а) $3p + 2pc$; б) $2ab - 5b$; в) $-3mn + n$; г) $-xy - y$;
 2) а) $7ab - 14a^2$; в) $-50a^2 + 25ax$;
 б) $5xy^2 + 15y$; г) $-30by^2 - 6b^2$;
 3) а) $x^5 - x^4$; в) $y^5 + 3y^6 + 4y^7$;
 б) $2m^6 + 8m^3$; г) $3a^2 - 6a^3 + 18a^4$;
 4) а) $5bc^2 + bc$; в) $8x^4y^2 - 12x^2y^2$;
 б) $a^2b^2 - 4ab^3 + 6a^3b$; г) $3a^3c^2 + 6a^2c^3 - 9a^3c^3$.

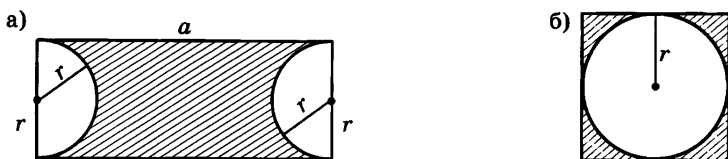


Рис. 27

2. Разложите на множители:

- 1) а) $a(x+y) + a(b-x)$;
 б) $b(2x-5y) - b(3x-y)$;
 в) $2c(a+b) + c(5a-3b)$;
 г) $x^2(2x+7y) - x^2(3x-5y)$;
- 2) а) $a(b+c) + x(b+c)$;
 б) $a(3b+c) - x(3b+c)$;
 в) $3y(2x-9) - 5(2x-9)$;
 г) $2a(3x+1) + (3x+1)$;
- 3) а) $k(x-y) + c(y-x)$;
 б) $3p(a-c) - (c-a)$;
 в) $2p(a-x) - p(x-a)$;
 г) $(y-a) + b(a-y)$.

3. Составьте выражение для вычисления площади заштрихованной фигуры и представьте его в виде произведения (рис. 27). (Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi r^2$, где r — радиус круга.)

4. Разложите на множители:

- 1) а) $3x^5y^2 + 15x^4y^3 + 12x^3y^4$;
 б) $7a^3b^3 - 77a^2b^3 - 21a^3b^4$;
 в) $5a^3x^2y^2 - 15a^3xy^2 - 5a^4y$;
- 2) а) $(x+5)(2a+1) + (x+5)(3a-8)$;
 б) $(5m-3)(n+1) - (2n+3)(3-5m)$;
 в) $(2a-b)(3a+11) + (5a-11)(b-2a)$.

5. Известно, что при некотором значении x значение выражения $x^2 - 5x - 1$ равно 7. Найдите, чему равно при этом же значении x значение следующего выражения:

- 1) $3x^2 - 15x - 3$;
- 2) $x^2(x^2 - 5x - 1) - 5x(x^2 - 5x - 1)$;
- 3) $9x^2 - 45x - 7$.

III С–33. Умножение многочленов

1. Выполните умножение:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) а) $(x+4)(y-5)$; | в) $(-10-x)(y+3)$; |
| б) $(x-8)(6-y)$; | г) $(-2-y)(x-9)$; |
| 2) а) $(a+3)(a-4)$; | в) $(5+a)(-a-2)$; |
| б) $(a-1)(6-a)$; | г) $(-a-1)(a-7)$; |
| 3) а) $(5a-7)(3a+1)$; | в) $(2x-3y)(x+2y)$; |
| б) $(3b+7)(4-3b)$; | г) $(12a+11)(-10-5a)$; |
| 4) а) $(5a^2+1)(3y-1)$; | в) $(a^2+b)(a-b^2)$; |
| б) $(5y^2+1)(3y^2-1)$; | г) $(a^2-b)(a-b^2)$; |
| 5) а) $(x+3)(x^2-x-1)$; | в) $(a+b-1)(b+a)$; |
| б) $(7y-1)(y^2-5y+1)$; | г) $(a+3b)(a-3b-1)$; |
| 6) а) $5(x+2)(x+3)$; | в) $c(2+3c)(5c-1)$; |
| б) $-6(a+4)(a-1)$; | г) $3b(b-c)(c+4b)$. |

2. Преобразуйте произведение в многочлен стандартного вида:

- 1) а) $(x^2+x-1)(x^2-x+1)$; б) $(2m^2+3m+1)(-2m^2+3m-1)$;
2) а) $(c-1)(c^4-c^3+c^2-c+1)$; б) $(4-y+y^2-y^5)(1-y)$;
3) а) $(x+5)(x-2)(x^2-3x-10)$;
б) $(y-1)(y^2+y+1)(y^6+y^3+1)$.

3. Выпишите те произведения, которые могут быть преобразованы в один и тот же многочлен (попробуйте решить задачу, не выполняя умножения):

$$\begin{aligned}(2a-4b)(3a-8b), \\ (4b-2a)(8b-3a), \\ (4b-2a)(3a-8b), \\ 2(2b-a)(8b-3a).\end{aligned}$$

4. Впишите вместо значка * недостающие одночлены так, чтобы получилось тождество:

- а) $(y+1)(*-3)=y^2-*-*$;
б) $(x-5)(x+*)=*-x-20$.

III С–34. Умножение многочленов

1. Упростите выражение:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1) а) $(2b-3)(5b+7)+21$; | б) $5x^2+(3-5x)(x+11)$; |
| 2) а) $5a-(a+1)(4a+1)$; | б) $8y^2-(3y-1)(5y-2)$; |

- 3) а) $(c+4)(c-3)-(c^2+5c)$; в) $a(2a-1)+(a+3)(a-5)$;
б) $(x+4)x-(x-3)(x+7)$; г) $(p+3c)c-(3c+p)(c-p)$.

2. При каком значении a равны значения следующих выражений:

- а) $(5a+1)(2a-3)$ и $(10a-3)(a+1)$;
б) $(7a-1)(a+5)$ и $(3+7a)(a+3)$?
-

3. Упростите выражение:

- а) $xy(x+y)-(x^2+y^2)(2x-y)$;
б) $(8a+3b)(3a-8b)-(3a+8b)(8a-3b)$;
в) $(p^3-3k)(p^2+3k)-(p^2-3k)(p^3+3k)$.

4. Рабочий проработал t ч с производительностью a деталей в час, а затем, сделав часовой перерыв, увеличил производительность на 14 деталей в час и проработал на 1 ч меньше, чем до перерыва. Найдите:

- 1) количество деталей, изготовленных рабочим;
2) общее время работы;
3) среднюю производительность труда рабочего.

5. Надо застелить ковром пол в комнате, ширина которой на 1 м меньше длины. Если купить ковер, длина и ширина которого на 50 см меньше длины и ширины комнаты, то он будет на 2550 р. дешевле, чем ковер, покрывающий весь пол. Найдите длину и ширину комнаты, если известно, что 1 м^2 ковра стоит 600 р.

III С-35. Разложение многочленов на множители способом группировки

1. Вынесите за скобки общий множитель:

- 1) а) $x(a-b)+y(a-b)$; в) $2c(x-y)+p(x-y)$;
б) $a(x+c)-b(x+c)$; г) $9(a+b)-(a+b)ab$;
2) а) $b(a+1)-(a+1)$; б) $(x-3)-y(x-3)$;
3) а) $5(b-4)+x(4-b)$; б) $2(x-7)-y(7-x)$;
4) а) $c(x-8)+(8-x)$; б) $x-p+(p-x)c$.

2. Разложите многочлен на множители (проверьте полученный результат умножением):

- 1) а) $ax-ay+bx-by$; б) $5a+5y+pa+py$;
2) а) $2x+ac+cx+2a$; б) $2x+7y+14+xy$;
3) а) $ab+ac-4b-4c$; б) $3a-3m-ay+my$.

3. Разложите на множители:

- 1) а) $2ax + 3by + 6ay + bx$; в) $ay - 12bx + 3ax - 4by$;
б) $3c + 3c^2 - a - ac$; г) $a^2b^2 + ab + abc + c$;
2) а) $ax + bx + cx + ay + by + cy$;
б) $ab - a^2b^2 + a^3b^3 - c + abc - ca^2b^2$;
3) а) $x^{m+1} - x^m + x - 1$; б) $y^{n+3} - y - 1 + y^{n+1}$.

4. Разберите, как выполнено разложение на множители многочлена $x^2 + 7x + 12$:

$$\begin{aligned}x^2 + 7x + 12 &= x^2 + 3x + 4x + 12 = x(x + 3) + 4(x + 3) = \\ &= (x + 3)(x + 4).\end{aligned}$$

Разложите на множители:

- а) $x^2 + 6x + 8$; б) $x^2 - 8x + 15$.

С-36. Чтение и запись алгебраических выражений

1. Запишите в виде выражения:

- 1) разность квадратов чисел q и p ;
2) квадрат суммы чисел q и p ;
3) сумму кубов чисел a и b ;
4) произведение разности чисел x и y и их суммы;
5) разность квадрата числа m и удвоенного произведения чисел m и n .

2. Каждое из следующих выражений: $(x - y)^2$, $x^2 - y^2$, $a^2 + (2b)^2$, $(a + 2b)^2$, $(9 + c)^2$, $9^2 + c^2$, $(5a - 6b)^2$, $(7b)^2 - 2^2$, $(ac)^2 - (3a)^2$, $(0,3b + 1)^2$ — запишите в соответствующий столбец таблицы:

Сумма квадратов выражений	Квадрат суммы выражений	Разность квадратов выражений	Квадрат разности выражений
$(3m)^2 + x^2$	$(5a + 3y)^2$	$(3x)^2 - 5^2$	$(5p - q)^2$

3. Придумайте и запишите по два выражения для каждого столбца таблицы в предыдущем упражнении.

4. Запишите в виде выражения:

- а) произведение двух выражений, первое из которых есть сумма квадратов чисел x и y , а второе — разность квадратов этих чисел;
б) удвоенное произведение квадрата суммы чисел a и b и квадрата разности этих чисел.

III С–37. Возведение в квадрат по формулам
 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

1. Выполните преобразование по соответствующей формуле:

- 1) а) $(x + 5)^2$; б) $(2 + y)^2$; в) $(p + a)^2$;
 2) а) $(a - 2)^2$; б) $(6 - c)^2$; в) $(x - 12)^2$;
 3) а) $(5a - 2)^2$; б) $(2x + 9)^2$; в) $(6y - 1)^2$;
 4) а) $(4x + y)^2$; б) $(7m - 3n)^2$; в) $(-3x + a)^2$;
 5) а) $(a^2 - 1)^2$; б) $(b + c^3)^2$; в) $(x^2 - y^2)^2$.

2. Применяя формулы квадрата суммы и квадрата разности, заполните таблицу по образцу:

Первое выражение	Второе выражение	Многочлен, равный квадрату суммы этих выражений	Многочлен, равный квадрату разности этих выражений
$4a$	b	$16a^2 + 8ab + b^2$	$16a^2 - 8ab + b^2$
$0,2x$	5		
$3y$	$\frac{1}{3}x$		
ab	2		
x^2	$2a$		
a^2b^2	6		

3. Выполните действия:

- 1) $(a + (b + c))^2$; 2) $(a - (b - c))^2$;
 3) $(x + y + z)^2$; 4) $(x - y + z)(x - y + z)$.

4. Среди данных выражений найдите пары тождественно равных и запишите соответствующие тождества (попробуйте выполнить задание, не делая преобразований):

$(x - 2y)^2$; $5(x - 2y)^2$; $25(x - 2y)^2$; $(5x - 10y)^2$; $\frac{1}{25}(5x - 10y)^2$.

III С–38. Преобразование выражений с применением формул квадрата суммы и квадрата разности

1. Преобразуйте выражение в многочлен:

- 1) а) $x^2 + (5x - 3)^2$; в) $(3a - 7b)^2 - 42ab$;
 б) $(p - 2c)^2 + 3p^2$; г) $81x^2 - (9x + 7y)^2$;

- 2) а) $(a-4)^2 + a(a+8)$; в) $(y-5)^2 - (y-2)5y$;
 б) $x(x-7) + (x+3)^2$; г) $(b+4)b - (b+2)^2$;
 3) а) $3(x+y)^2$; в) $-4(p-2a)^2$;
 б) $c(2c-1)^2$; г) $-a(3a+b)^2$.

2. Упростите выражение:

- 1) а) $(2x-3y)^2 + (3x+2y)^2$; б) $(5a+3b)^2 - (5a-3b)^2$;
 2) $((((a-b)^2 + 2ab)^2 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - a^{16} - b^{16}$.

3. Разложите на множители:

- 1) $(2a-3b)^2 + (7a-9b)b$; 2) $(4x+2)^2 - (3x+2)^2$.

4. Найдите число, квадрат которого при увеличении этого числа на 2 увеличивается на 20.

III С-39. Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности

1. Представьте в виде квадрата двучлена:

- 1) а) $a^2 - 6ab + 9b^2$; б) $9a^2 + 6ab + b^2$;
 2) а) $\frac{4}{9}a^2 - 2ab + \frac{9}{4}b^2$; б) $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$;
 3) а) $1 - 2ab + a^2b^2$; б) $a^4 + 2a^2b + b^2$.

2. Замените значок * одночленом так, чтобы получившийся трехчлен можно было представить в виде квадрата двучлена (последнее задание попробуйте выполнить разными способами):

- а) $16x^2 + * + y^2$; б) $49p^2 - 14p + *$; в) $25 - 10a + *$;
 г) $* - 36ab + *$.

3. В данном выражении измените один из коэффициентов так, чтобы получившийся трехчлен можно было представить в виде квадрата двучлена (см. Пример):

- а) $49a^2 - 8ab + b^2$; б) $25x^2 + xy + 4y^2$.

Пример. Дано выражение $9a^2 - 10ab + b^2$. Изменив один из коэффициентов, будем иметь:

$$9a^2 - \boxed{6}ab + b^2 = (3a - b)^2, \text{ или } \boxed{25}a^2 - 10ab + b^2 = (5a - b)^2,$$

$$\text{или } 9a^2 - 10ab + \boxed{\frac{25}{9}}b^2 = \left(3a - \frac{5}{3}b\right)^2.$$

III С-40. Умножение многочленов с использованием формулы $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

1. Выполните умножение двучленов:

- 1) а) $(b+3)(b-3)$; б) $(2-x)(2+x)$; в) $(k-y)(k+y)$;
 2) а) $(2c-1)(2c+1)$;
 б) $(7p+3)(7p-3)$;
 в) $\left(3 - \frac{1}{5}a\right)\left(3 + \frac{1}{5}a\right)$;
 3) а) $(x+3y)(x-3y)$;
 б) $(2a-b)(2a+b)$;
 в) $(8x+4a)(8x-4a)$;
 4) а) $(10a-b)(b+10a)$; б) $(y+4)(4-y)$; в) $(5b+1)(1-5b)$.

2. Применив формулу, заполните таблицу:

Первое выражение	Второе выражение	Произведение разности этих выражений и их суммы	Разность квадратов этих выражений
x	$2y$	$(x-2y)(x+2y)$	$x^2 - 4y^2$
$3a$	$2b$		
$0,5p$	$4c$		
$\frac{2}{5}k$	$\frac{1}{7}a$		
xy	6		
b^2	c^2		

3. Выполните умножение:

- 1) а) $(5x+y)(y-5x)$;
 б) $(-5x-y)(-5x+y)$;
 в) $(-5x-y)(-y+5x)$;
 2) а) $(3c-2k^2)(3c+2k^2)$;
 б) $(4b^3+2a)(2a-4b^3)$;
 в) $(x^3y^2-1)(1+x^3y^2)$;
 3) а) $(a^n-1)(a^n+1)$;
 б) $(x^{3n}+y^n)(x^{3n}-y^n)$;
 в) $(b^{n+2}-c^{n-2})(b^{n+2}+c^{n-2})$;
 4) а) $((x-a)+b)((x-a)-b)$; б) $(x-y-3)(x-y+3)$;
 5) $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)(x^8+y^8)$.

III С-41. Применение формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ и $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ к преобразованию выражений

1. Выполните действия:

- а) $(3x - \frac{1}{4}y)(3x + \frac{1}{4}y)$; г) $(6a + 10x)^2$;
б) $(5a - \frac{1}{2})^2$; д) $(0,3b - 3c)(0,3b + 3c)$;
в) $(ab + xy)(ab - xy)$; е) $(ab + 7)^2$.

2. Упростите выражение:

- 1) а) $(3a + p)(3a - p) + p^2$; в) $25a^2 - (c - 5a)(c + 5a)$;
б) $(a + 11)^2 - 20a$; г) $4x^2 - (x - 3y)^2$;
2) а) $(a + 2b)(a - 2b) - (a - b)^2$; б) $(y + x)^2 - (y - x)^2$;
в) $(a - 2b)^2 + (a + 2b)(a - 2b)$; г) $(a - 5x)^2 + (a + 5x)^2$;
д) $(b - 1)(b + 1) - (a + 1)(a - 1)$;
е) $(3a - 2)(3a + 2) + (a + 8)(a - 8)$.

3. Выполните действия, применив нужную формулу, по следующему образцу:

$$(2a - 2b)(a + b) = 2(a - b)(a + b) = 2(a^2 - b^2) = 2a^2 - 2b^2.$$

- а) $(3x + 3y)(x - y)$; в) $(5a + 5x)(a + x)$;
б) $(a - b)(4a + 4b)$; г) $(2y - 2c)(3y - 3c)$.

4. Разложите на множители:

- а) $(1 - 5x)(1 + 5x) - (3x - 1)^2$; б) $(a + 2b)(2b - a) + (a + 3b)^2$.

5. Найдите значение выражения, выполнив соответствующие преобразования:

- 1) $(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32}$;
2) $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) - 2^{16}$.

III С-42. Разложение на множители по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

1. Разложите на множители:

- 1) а) $9p^2 - 4$; б) $1 - 25x^2$; в) $36 - 49a^2$;
2) а) $\frac{1}{36} - c^2$; б) $-\frac{25}{36} + y^2$; в) $25p^2 - \frac{4}{121}$;
3) а) $4x^2 - y^2$; б) $16a^2 - b^2$; в) $81k^2 - c^2$;

- 4) а) $36x^2 - 25y^2$; б) $9a^2 - 81x^2$; в) $49y^2 - 64c^2$;
5) а) $a^2b^2 - 9$; б) $x^2 - c^2y^2$; в) $x^2y^4 - 1$.
-

2. Разложите на множители:

- 1) а) $81 - 64x^2y^2$; б) $144a^4c^2x^2 - 225$;
2) а) $(2a + 7b)^2 - (3a - 5b)^2$; б) $(x + y - a)^2 - (x - y - a)^2$;
3) а) $a^{2n} - 1$; б) $x^2 - y^{4n}$; в) $a^{4n} - b^{4n}$; г) $49x^{4n} - 25$;
4) а) $x(3x - 19) + (3x - 4)(2x + 9)$;
 б) $(5a - 4)(3a + 4) - 4a(3,5a + 2)$.

3. Докажите, что разность квадратов двух последовательных четных чисел равна удвоенной сумме этих чисел.

III С-43. Преобразование целых выражений

1. Упростите выражение:

- 1) а) $(2a + c)(a - 3c) + a(2c - a)$; в) $2b(b + 4) + (b - 3)(b - 4)$;
 б) $(3x + y)(x + y) - 4y(x - y)$; г) $3p(p - 5) - (p - 4)(p + 8)$;
2) а) $(2x - b)(3x + b) + (3b - x)(b + x)$;
 б) $(c + 2)(c - 3) - (c + 1)(c + 3)$;
 в) $(y - 10)(y - 2) + (y + 4)(y - 5)$;
 г) $(a - 5)(a + 1) - (a - 6)(a - 1)$.

2. Преобразуйте в многочлен:

- 1) а) $(a - 4)(a + 4) - 2a(3 - a)$; б) $(4x - 3)^2 - 6x(4 - x)$;
2) а) $(a - 8)(a - 7) - (a - 9)^2$; б) $(p + 3)(p - 11) + (p + 6)^2$;
3) а) $(b + 3)(b - 3) + (2b + 3)^2$; б) $(a - x)^2 + (a + x)^2$;
4) а) $3(x - 5)^2 + (10x - 8x^2)$; б) $2(x + 6)^2 - (20x + 70)$.

3. Найдите значение выражения:

- а) $(2 + 3x)(5 - x) - (2 - 3x)(5 + x)$ при $x = -1, 1$;
б) $(3a + b)^2 - (3a - b)^2$ при $a = 3\frac{1}{3}$, $b = -0,3$.
-

4. Упростите выражение:

- 1) а) $8(5y + 3)^2 + 9(3y - 1)^2$; б) $(2x - 5)^2 - 2(7x - 1)^2$;
2) а) $(4y^2 + 3)^2 + (9 - 4y^2)^2 - 2(4y^2 + 3)(4y^2 - 9)$;
 б) $(a^2 - 6ab + 9b^2)(a^2 + 6ab + 9b^2) - (a^2 - 9b^2)^2$;

3) а) $(x + 3b)(x - 3b) - (x + 2b)(x^2 - 2bx + 4b^2)$;

б) $(x + 1)(x^2 + x - 1) - (x - 1)(x^2 - x - 1)$.

5. Докажите, что:

1) $(x - 3y)(x + 3y) + (3y - c)(3y + c) + (c - x)(c + x) = 0$;

2) $(a - b)(a + b)((a - b)^2 + (a + b)^2) = 2(a^4 - b^4)$.

III С–44. Разложение многочленов на множители с использованием нескольких способов

1. Разложите на множители:

1) а) $5x^2 - 45$; б) $ax^2 - 4a$; в) $18c - 2p^2c$; г) $3ky^2 - 3k$;

2) а) $3x^2 - 75a^2$; б) $-2ay^2 + 2a^3$; в) $5x^3 - 5a^2x$; г) $bc^3 - b^3c$.

2. Представьте в виде произведения:

1) а) $5a^2 + 10ab + 5b^2$; в) $ax^2 - 2axy + ay^2$;

б) $ax^2 - 4ax + 4a$; г) $x^3 + 2x^2 + x$;

2) а) $-6a^2 + 12ab - 6b^2$; в) $-a^2 + 8ab - 16b^2$;

б) $-2x^2 - 8x - 8$; г) $-12x^3 + 12x^2 - 3x$.

3. Разложите на множители:

1) а) $\frac{1}{2}a^2 + ab + \frac{1}{2}b^2$; б) $\frac{1}{9}a^3 - 3$;

2) а) $y^4 - 8y^2 + 16$; б) $-c + c^7$;

3) а) $(c + 5)c^2 - (c + 5) \cdot 2c + (c + 5)$;

б) $4 - a^2 - 2a(4 - a^2) + a^2(4 - a^2)$;

4) а) $8a^3 - b^3 + 4a^2 + 2ab + b^2$;

б) $8a^3 - b^3 + 4a^2 - 4ab + b^2$.

4. Докажите, что:

1) $(a + 1)^3 - (a + 1) = a(a + 1)(a + 2)$;

2) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 + a^2)^2 = (a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)(b + c - a)$.

5. Какой многочлен надо записать вместо значка *, чтобы получившееся равенство было тождеством:

1) $(x - 1) \cdot * = x^2 - 4x + 3$; 2) $(x^2 - 4x + 3) \cdot * = x^3 - 3x^2 - x + 3$?

III С–45. Графическое решение систем линейных уравнений

1. Постройте прямые и укажите координаты их точки пересечения:

1) а) $2x + y = 4$ и $y = -6$; б) $x + y = 6$ и $x = -3$;

2) а) $3x - y = 3$ и $x + y = 5$; б) $2x + 3y = 6$ и $x + y = 0$.

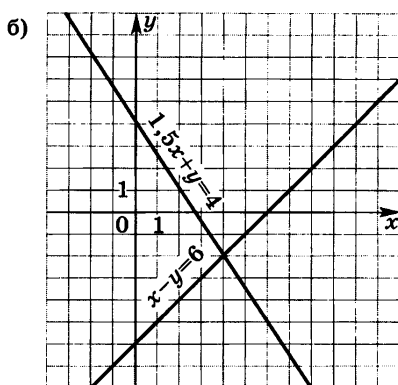
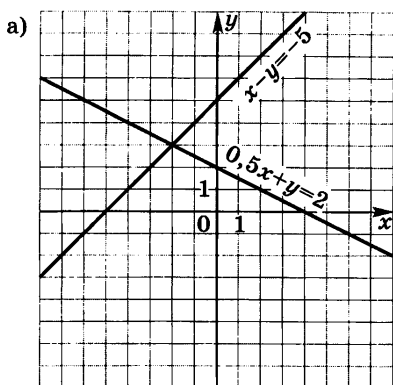


Рис. 28

2. Определите координаты точки пересечения прямых (рис. 28). Запишите соответствующую систему уравнений. Проверьте свое решение подстановкой координат в уравнения.

3. Решите с помощью графиков систему уравнений:

1) а) $\begin{cases} y = -x, \\ y = x + 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = -x + 3; \end{cases}$

2) а) $\begin{cases} x - y = 0, \\ x - 2y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 2y = 0. \end{cases}$

4. Решите графически систему уравнений. Ответ дайте с точностью до 0,1:

а) $\begin{cases} x - 2y = 6, \\ x + y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ x + 2y = 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$

5. Подберите, если возможно, такое значение m , при котором данная система имеет единственное решение; не имеет решений; имеет бесконечное множество решений:

1) $\begin{cases} y = 5x - 7, \\ y = mx + 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = 0,5x + m, \\ 4y = 6x - 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} mx - 3y = 6, \\ 2x - y = 2. \end{cases}$

III С-46. Решение систем линейных уравнений способом подстановки

1. Выразите в следующих уравнениях y через x и x через y :

1) а) $x + y = 7$; б) $x - y = -2$; в) $y - x = 0$;

- 2) а) $x - 2y = -8$; б) $x + 3y = 0$; в) $-2x + y = 5$;
 3) а) $2y - 3x = 0$; б) $2x + 5y = -10$; в) $-3x - 8y = 2,4$.

2. Решите систему уравнений способом подстановки. Выполните проверку, подставив полученное решение в каждое из уравнений:

- 1) а) $\begin{cases} x + y = 7, \\ 2x + y = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = -2, \\ x - 2y = 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y - x = 0, \\ 3x + y = 8; \end{cases}$
 г) $\begin{cases} x - 2y = -8, \\ x - 3y = -8; \end{cases}$
 2) а) $\begin{cases} 3x + 2y = 7, \\ x - 2y = -3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} m - 3n = 8, \\ 2m - 3n = 10; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5a - 3b = 14, \\ 2a + b = 10; \end{cases}$
 г) $\begin{cases} c - 2p = 5, \\ 2c - 3p = 9. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

- а) $\begin{cases} \frac{1}{3}(x - y) = 4, \\ \frac{1}{4}(x + y) = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 0,6(x - y) = 66,6, \\ 0,7(x + y) = 6,3. \end{cases}$

4. Найдите решение системы уравнений:

- 1) $\begin{cases} x + y = z + 1, \\ z - y = 3, \\ x = 2y; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 1, \\ y - z = 2, \\ z - x = -3. \end{cases}$

III С-47. Решение систем линейных уравнений способом сложения

1. Умножьте одно из уравнений системы или каждое из них на какое-либо число так, чтобы с помощью сложения можно было исключить одну из переменных:

- 1) а) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 3x + 2y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} a + b = 4, \\ 2a + 7b = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3p - c = 2, \\ 3p + 2c = 6; \end{cases}$
 2) а) $\begin{cases} 2a - 3b = 1, \\ 4a + 2b = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 4y = 10, \\ 4x + 3y = 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5z - 7x = 3, \\ 3z - 5x = 2. \end{cases}$

2. Решите способом сложения систему уравнений. Выполните устно проверку, подставив полученное решение в каждое из уравнений:

- 1) а) $\begin{cases} x - y = 3, \\ x + y = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} a + b = 2, \\ a - b = 6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3z - t = 4, \\ 3z + t = 8; \end{cases}$

- 2) а) $\begin{cases} u-v=-10, \\ 2u+3v=15; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x+y=5, \\ 3x-5y=1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 6m+3n=3, \\ 2m-2n=4; \end{cases}$
- 3) а) $\begin{cases} 3a+2b=1, \\ 2a+5b=8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3u-2v=12, \\ 4u+3v=-1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x-2y=0, \\ 5x-3y=19. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

1) $\begin{cases} \frac{x-2}{4} + \frac{y-2}{4} = 2, \\ \frac{x-2}{3} - \frac{y-2}{9} = \frac{4}{3}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3a+1}{5} + \frac{2b-1}{3} = \frac{2}{5}, \\ \frac{3a-2}{2} + \frac{b-3}{4} = 1. \end{cases}$

4. Найдите решение системы уравнений:

1) $\begin{cases} x-y+z=2, \\ x+y=3, \\ z-y=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y-z=0, \\ x+y-z=6, \\ x+y+z=8. \end{cases}$

С-48. Решение систем линейных уравнений

1. Решите систему уравнений:

1) а) $\begin{cases} 7x+y=20, \\ x-5y=8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x+8y=-1, \\ x+2y=4; \end{cases}$

2) а) $\begin{cases} 5x-2y=0, \\ 2x-5y=-21; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x+7y=-5, \\ 5x+4y=7; \end{cases}$

3) а) $\begin{cases} 2-4y=3(x-2), \\ 2(x+y)=5y+2,5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-2(3y+1)=-2, \\ 2(x+1)-1=3y-1. \end{cases}$

2. Вычислите координаты точки пересечения прямых:

а) $y=2x-4$ и $y=-3x+1$; б) $4x-3y=-1$ и $3x+2y=12$.

3. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} \frac{2x}{3} = 2 + \frac{y}{2}, \\ \frac{2x}{3} + y = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{3a}{4} + \frac{3b}{8} = \frac{9}{2}, \\ \frac{2a}{3} = \frac{b}{12} + \frac{2}{3}. \end{cases}$

4. Решите систему уравнений (см. Пример):

1) $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 11, \\ \frac{8}{x} - \frac{7}{y} = 9; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, \\ \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} = 8. \end{cases}$

Пример. Решим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 8, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1. \end{cases}$$

1. Введем обозначения: $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{y} = b$.

2. Подставив в систему уравнений a и b вместо $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$, получим систему

$$\begin{cases} a - b = 8, \\ 2a + 3b = 1. \end{cases}$$

3. Решим эту систему относительно a и b .

4. Найдем значения x и y из равенств $x = \frac{1}{a}$, $y = \frac{1}{b}$. (Доведите решение системы уравнений до конца.)

III С—49. Составление системы уравнений по условию задачи

1. Запишите с помощью системы уравнений:

- 1) а) Сумма двух чисел равна 81, а их разность равна 15.
б) Сумма двух чисел равна 36. Одно из них в 2 раза больше другого.
- 2) а) В физкультурном зале 35 учеников. Мальчиков в 1,5 раза больше, чем девочек.
б) Периметр равнобедренного треугольника 17 см. Основание треугольника на 2 см меньше, чем боковая сторона.
- 3) а) Три яблока и две груши весят вместе 1 кг 200 г. Яблоко легче груши на 100 г.
б) Два токаря изготовили 172 детали; первый работал 3 ч, а второй — 2 ч. Если бы первый работал 1 ч, а второй — 4 ч, то они изготовили бы 198 деталей.

2. Придумайте ситуацию, которая описывается следующей системой уравнений с двумя переменными:

- 1) $\begin{cases} x + y = 30, \\ x - y = 4; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} 3x + 5y = 65, \\ x - y = 5. \end{cases}$

3. Составьте систему уравнений:

- 1) Среднее арифметическое двух чисел равно 36; $\frac{1}{5}$ их разности равна 0,8.

2) Одно число на 140 меньше другого; 60% большего числа на 64 больше 70% меньшего.

3) В трехзначном числе сумма цифр равна 10. Цифра разряда сотен в 2 раза больше цифры разряда десятков и на 5 больше цифры разряда единиц. (Введите три перемennые.)

III С—50. Решение задач с помощью составления системы уравнений

Составьте систему уравнений и решите задачу:

1) Расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом по шоссе 700 км. Великий Новгород находится между этими городами, причем от Москвы на 300 км дальше, чем от Санкт-Петербурга. На каком расстоянии от Москвы и на каком от Санкт-Петербурга находится Великий Новгород?

2) У Лены 8 монет по 10 р. и 5 р. Сколько у нее десятирублевых и сколько пятирублевых монет, если всего у нее 65 р.?

3) На получение пирожка в автомате нужно 5 жетонов, а на получение булочки — 1 жетон. Таня получила в автомате несколько пирожков и булочек, отдав за всю покупку 25 жетонов. Сколько пирожков и сколько булочек получила Таня, если за булочки она отдала на 15 жетонов меньше, чем за пирожки?

4) Туристы прошли 24 км, причем 3 ч дорога шла в гору, а 2 ч — под гору. С какой скоростью туристы шли в гору и с какой под гору, если на первом участке они проходили в час на 2 км меньше, чем на втором?

5) Мальчик на вопрос о том, сколько лет ему и его брату, ответил так: «Вместе нам 20 лет; 4 года назад я был в 2 раза старше своего брата. Сосчитайте, сколько лет каждому из нас сейчас».

6) В первой рукописи на 60 страниц больше, чем во второй. Корректор, вычитывающий первую рукопись, выполнив 60% всей работы, вычитал на 12 страниц меньше, чем корректор, вычитывающий вторую рукопись и выполнивший 80% всей работы. Сколько страниц в каждой рукописи?

7) За 3 ч против течения реки лодка проплыла на 5 км больше, чем за 2 ч по течению. Скорость лодки против течения составляет 0,75 ее скорости по течению. Какое расстояние прошла лодка за это время?

III С-51. Нахождение значения алгебраической дроби. Нахождение допустимых значений букв, входящих в дробь

1. Найдите значение алгебраической дроби при заданных значениях переменных:

а) $\frac{a^2-1}{3a}$ при $a = \frac{2}{3}$; 0,5; 2;

б) $\frac{a+b}{ab}$ при $a = -0,5$, $b = -2$; при $a = 2\frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{5}$.

2. Найдите значения алгебраических дробей $\frac{2-x}{x+1}$ и $\frac{3}{x+1}$ при указанных значениях x и заполните таблицу:

x	-4	-3	-2	-1,5	0	1	2	3
$\frac{3}{x+1}$								
$\frac{2-x}{x+1}$								

3. Найдите допустимые значения переменных, входящих в дробь:

а) $\frac{2}{x}$; б) $\frac{3+a}{a-5}$; в) $\frac{5-b}{3b+1}$; г) $\frac{c+1}{4}$; д) $\frac{y-3}{y^2+4}$.

4. Найдите допустимые значения переменных, входящих в дробь:

а) $\frac{5-b}{(b-3)(b-6)}$; б) $\frac{7+5x}{(x-5)(x+5)}$.

III С-52. Сокращение алгебраических дробей

1. Сократите дробь:

1) а) $\frac{5m}{7m}$; б) $\frac{3a}{3a}$; в) $\frac{am}{an}$; г) $\frac{mpq}{mnq}$;
 2) а) $\frac{p^2+pc}{pb}$; б) $\frac{p^2-pc}{p^2+2pc}$; в) $\frac{p^2+pc}{p^2-c^2}$; г) $\frac{p^2-c^2}{p^2-pc}$;
 3) а) $\frac{a^2}{a^2+3a}$; б) $\frac{a^2+3a}{a^2-9}$; в) $\frac{a^2}{a^2-3a}$; г) $\frac{a^2-3a}{a^2-9}$;
 4) а) $\frac{x}{xy}$; б) $\frac{x-2y}{x^2-4y^2}$; в) $\frac{pa}{p}$; г) $\frac{x^2-9y^2}{x+3y}$;

$$5) \text{ а) } \frac{a^2 - 10ab + 25b^2}{a - 5b}; \quad \text{в) } \frac{x^2 - 6xy + 9y^2}{x^2 - 9y^2};$$

$$\text{б) } \frac{x^2 + 8xy + 16y^2}{x + 4y}; \quad \text{г) } \frac{9x^2 + 6xy + y^2}{9x^2 - y^2};$$

$$6) \text{ а) } \frac{3(x - 2y)}{4(2y - x)}; \quad \text{б) } \frac{3b(5a - 6)}{6 - 5a}; \quad \text{в) } \frac{x^2 - 16y^2}{4y + x}; \quad \text{г) } \frac{x^2 - 16y^2}{4y - x}.$$

2. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{57^2 - 38^2}{22^2 - 3^2}; \quad \text{б) } \frac{83^2 + 2 \cdot 83 \cdot 17 + 17^2}{100}.$$

3. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях переменных:

$$\text{а) } \frac{a - b + ax - bx}{a - b + ay - by} \text{ при } x = 1,3, y = -3,3, a = 5,17, b = 7,15;$$

$$\text{б) } \frac{c - a + c^2 - a^2}{c + a + c^2 + 2ac + a^2} \text{ при } a = -2,74, c = 2,73.$$

III С-53. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

1. Выполните сложение или вычитание:

$$1) \text{ а) } \frac{3}{b} + \frac{5}{b}; \quad \text{в) } \frac{3x - 7}{x^2} + \frac{5x + 7}{x^2};$$

$$\text{б) } \frac{8a}{5x} - \frac{3a}{5x}; \quad \text{г) } \frac{9a^2 - 3b}{a} - \frac{2a^2 - 3b}{a};$$

$$2) \text{ а) } \frac{x}{x - 4} - \frac{3}{x - 4}; \quad \text{в) } \frac{y^2}{y - 5} - \frac{10y - 25}{y - 5};$$

$$\text{б) } \frac{y^2}{y - 5} - \frac{25}{y - 5}; \quad \text{г) } \frac{b^2 + 1}{a(b - 1)} - \frac{2}{a(b - 1)}.$$

2. Выполните действия:

$$1) \frac{8}{b} - \frac{3}{b} + \frac{11}{b}; \quad 2) \frac{3x + 5}{x - 3} + \frac{7x - 11}{x - 3} - \frac{9x - 3}{x - 3}; \quad 3) \frac{3x + 5}{x^2 - 4} - \frac{2x + 7}{x^2 - 4}.$$

3. Упростите выражение:

$$1) \text{ а) } \frac{16a^2}{16a^2 - 1} - \frac{8}{(4a - 1)(4a + 1)} + \frac{1}{16a^2 - 1};$$

$$\text{б) } \frac{8a^3 + 3a - 1}{4a^2 + 4a + 1} + \frac{5a - 7}{4a^2 + 4a + 1} - \frac{8a - 9}{(2a + 1)^2};$$

2) а) $\frac{5}{(c-3)(c-7)} + \frac{c-8}{(3-c)(7-c)}$; б) $\frac{x^2+9}{3-x} - \frac{6x}{3-x}$;
 в) $\frac{9b^2+6b}{1+3b} + \frac{1}{1+3b}$.

III С-54. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

1. Выполните сложение или вычитание:

1) а) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a-1}$; г) $\frac{p}{p-2} + \frac{3}{p-3}$;
 б) $\frac{b}{a-b} - \frac{b}{a}$; д) $\frac{a-c}{a+c} - \frac{a+c}{a-c}$;
 в) $\frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y}$; е) $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+1}{x+3}$;
 2) а) $\frac{x^2}{x^2-a^2} - \frac{x}{x-a}$; в) $\frac{3}{4a-8} + \frac{5}{2a-4}$; д) $\frac{2}{m} - \frac{n}{mn-m^2}$;
 б) $\frac{4}{a+b} + \frac{1}{a^2-b^2}$; г) $\frac{4}{3x+9} - \frac{1}{2x+6}$; е) $\frac{a^2}{5a-5b} - \frac{a}{5}$;
 3) а) $a - \frac{ab}{a+b}$; в) $y-2 - \frac{2}{y+2}$; д) $\frac{a}{c} - 2 + \frac{c}{a}$;
 б) $2 + \frac{x+4}{x-3}$; г) $\frac{3c+1}{c-1} + c - 2$; е) $\frac{p}{k} + \frac{k}{p} + 2$.

2. Упростите выражение:

1) а) $\frac{x-7}{xy} - \frac{1}{y} + \frac{3}{x}$; б) $\frac{2a+1}{3a} - \frac{a-5}{2a} + \frac{a+4}{18a^2}$;
 2) а) $\frac{4}{c^2-25} - \frac{2}{c+5} - \frac{c+2}{5-c}$; б) $\frac{a}{a-x} + \frac{2a^2}{x^2-a^2} + \frac{a}{a+x}$.

3. Упростите выражение:

1) а) $\frac{x^2-2xy+4y^2}{x-2y} + \frac{x^2+2xy+y^2}{x+2y}$; б) $\frac{x^2-2xy+4y^2}{x-2y} - \frac{x^2+2xy+4y^2}{x+2y}$;
 2) а) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{a-b}$; б) $\frac{1}{2-y} - \frac{1}{2+y} - \frac{y}{4-y^2} + \frac{y^2+4}{2y^3-8y}$.

4. 1) Докажите, что при любых значениях x верно равенство:

а) $\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$; б) $\frac{x+46}{x^2+2x-24} = \frac{5}{x-4} - \frac{4}{x+6}$.

2) Найдите значения a и b , при которых для любых значений x верно равенство:

а) $\frac{5x}{x+3} - \frac{10x+7}{2x-1} = \frac{ax+b}{2x^2-5x-3}$; б) $\frac{1}{x^2-4} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}$.

III С—55. Умножение и деление алгебраических дробей

1. Выполните умножение или деление:

1) а) $\frac{x}{4y} \cdot \frac{8y}{11x}$; б) $\frac{a^9}{8b^8} \cdot \frac{10b^{10}}{a^{11}}$; в) $\frac{5c^3x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3x}$;

2) а) $\frac{5a-c}{8p} \cdot \frac{7}{5a-c}$; в) $\frac{a^2-2ab}{x^2+xy} \cdot \frac{x+y}{a-2b}$;

б) $\frac{a-2b}{x+c} \cdot \frac{3x+3c}{5a-10b}$; г) $\frac{ab-2b^2}{xy+y^2} \cdot \frac{5y+5x}{2b^2-ab}$;

3) а) $\frac{3a}{7b} : \frac{6a}{35b}$; б) $\frac{7a^{15}}{b^7} : \frac{21a^{16}}{b^8}$; в) $\frac{a^2b}{9c} : \frac{9a^2b}{c}$;

4) а) $\frac{8a+3b}{3p} : \frac{3b+8a}{3c}$; в) $\frac{k^2-c^2}{a-b} : \frac{k+c}{a^2-b^2}$;

б) $\frac{a-2b}{m+3n} : \frac{2b-a}{3n+m}$; г) $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ap+p^2} : \frac{a-b}{a-p}$;

5) а) $\frac{5a+3x}{2x} \cdot 3x$; б) $\frac{8y}{y^2-z} \cdot (y+z)$; в) $(2x-y) \cdot \frac{5x+y}{2x^2-xy}$;

6) а) $\frac{3a^2}{5b-3c} : 6a$; б) $2b : \frac{3b^2}{a+b}$; в) $\frac{m^2-4n^2}{m+n} : (m-2n)$.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{x}{8y} \cdot \frac{3y^2}{x} \cdot \frac{4x^2}{y^2}$; в) $\frac{x}{3y^2} : \left(\frac{y}{2x} \cdot \frac{x^2}{y^2} \right)$;

б) $\frac{x}{3y^2} : \frac{y}{2x} \cdot \frac{x^2}{y^2}$; г) $\frac{x}{3y^2} \cdot \left(\frac{y}{2x} : \frac{x^2}{y^2} \right)$.

3. Упростите выражение:

1) а) $\frac{p^2-4c^2}{a^2+10ab+25b^2} \cdot \frac{a^2-25b^2}{2c-p}$; б) $\frac{3a-3b}{4c+4y} : \frac{a^2-b^2+a-b}{c^2-y^2-c-y}$;

2) а) $\frac{a^3b^3}{a^3-a^2b} \cdot \frac{a^2-b^2}{6ab^3} : \frac{3a+3b}{ab}$; б) $\frac{y^2+4y+4}{2y+2} \cdot \frac{y^2+y}{y^2-6y+9} : \frac{y^2+2y}{6y-18}$.

III С—56. Преобразование дробных выражений

1. Упростите выражение:

1) а) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{5xy}{x-y}$; 2) а) $\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y} + 1 \right) \cdot \frac{y}{y+x}$;

б) $\left(\frac{3a+7b}{5a} + \frac{8a-3b}{5b} \right) : \frac{10ab}{7b^2+8a^2}$; б) $\left(2 - \frac{x}{y} \right) : \left(2 + \frac{x}{y} \right)$;

в) $\left(\frac{2y}{y+b} - \frac{b-y}{y} \right) : \frac{b^2+y^2}{b+y}$; в) $\left(\frac{p}{p-2} + 1 \right) : \left(p + \frac{p^2}{2-p} \right)$.

2. Упростите выражение:

1) а) $5 - \frac{5a+2b}{2a} \cdot \left(\frac{1}{5a+2b} + \frac{1}{5a-2b} \right)$;

б) $\left(5 - \frac{5a+2b}{2a} \right) \left(\frac{1}{5a+2b} + \frac{1}{5a-2b} \right)$;

в) $\left(5 - \frac{5a+2b}{2a} \right) \cdot \frac{1}{5a+2b} + \frac{1}{5a+2b}$;

2) а) $\left(\frac{1}{2a+1} - \frac{3}{8a^3+1} + \frac{3}{4a^2-2a+1} \right) \left(2a - \frac{4a-1}{2a+1} \right)$;

б) $\left(\frac{x^2-4y^2}{2xy} + \frac{1}{x-2y} \cdot \left(\frac{x^2}{2y} - \frac{4y^2}{x} \right) \right) : \frac{x-2y}{2y}$.

3. Докажите, что значение данного выражения не зависит от значений входящих в него переменных:

$$\frac{1}{x} \left(\frac{y^2-xy}{x+y} \right)^2 \left(\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{x+y}{xy-y^2} \right) + \frac{x}{x+y}.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 1

К—1 (§ 1, 2)

● 1. Найдите значение выражения $6x - 8y$ при $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{5}{8}$.

● 2. Сравните значения выражений $-0,8x - 1$ и $0,8x - 1$ при $x = 6$.

● 3. Упростите выражение:

а) $2x - 3y - 11x + 8y$; б) $5(2a + 1) - 3$; в) $14x - (x - 1) + (2x + 6)$.

4. Упростите выражение и найдите его значение:

$$-4(2,5a - 1,5) + 5,5a - 8 \text{ при } a = -\frac{2}{9}.$$

5. Из двух городов, расстояние между которыми s км, одновременно навстречу друг другу выехали легковой автомобиль и грузовик и встретились через t ч. Скорость легкового автомобиля v км/ч. Найдите скорость грузовика. Ответьте на вопрос задачи, если $s = 200$, $t = 2$, $v = 60$.

6. Раскройте скобки: $3x - (5x - (3x - 1))$.

Вариант 2

К—1 (§ 1, 2)

● 1. Найдите значение выражения $16a + 2y$ при $a = \frac{1}{8}$, $y = -\frac{1}{6}$.

● 2. Сравните значения выражений $2 + 0,3a$ и $2 - 0,3a$ при $a = -9$.

● 3. Упростите выражение:

а) $5a + 7b - 2a - 8b$; б) $3(4x + 2) - 5$; в) $20b - (b - 3) + (3b - 10)$.

4. Упростите выражение и найдите его значение:

$$-6(0,5x - 1,5) - 4,5x - 8 \text{ при } x = \frac{2}{3}.$$

5. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали автомобиль и мотоцикл и встретились через t ч. Найдите расстояние между городами, если скорость автомобиля v_1 км/ч, а скорость мотоцикла v_2 км/ч. Ответьте на вопрос задачи, если $t = 3$, $v_1 = 80$, $v_2 = 60$.

6. Раскройте скобки: $2p - (3p - (2p - c))$.

Вариант 3

К—1 (§ 1, 2)

● 1. Найдите значение выражения $4x + 3y$ при $x = -\frac{3}{4}$, $y = -\frac{1}{6}$.

● 2. Сравните значения выражений $-0,4a + 2$ и $-0,4a - 2$ при $a = 10$.

● 3. Упростите выражение:

а) $5x + 3y - 2x - 9y$; в) $15a - (a - 3) + (2a - 1)$.

б) $2(3a - 4) + 5$;

4. Упростите выражение и найдите его значение:

$$-2(3,5y - 2,5) + 4,5y - 1 \text{ при } y = \frac{4}{5}.$$

5. Из двух пунктов, расстояние между которыми p км, одновременно навстречу друг другу отправились пешеход и велосипедист и встретились через t ч. Скорость велосипедиста u км/ч. Найдите скорость пешехода. Ответьте на вопрос задачи, если $p = 9$, $t = 0,5$, $u = 12$.

6. Раскройте скобки: $5a - (3a - (2a - 4))$.

Вариант 4

К—1 (§ 1, 2)

● 1. Найдите значение выражения $12a - 3b$ при $a = -\frac{3}{4}$, $b = \frac{5}{6}$.

● 2. Сравните значения выражений $1 - 0,6x$ и $1 + 0,6x$ при $x = 5$.

● 3. Упростите выражение:

а) $12a - 10b - 10a + 6b$; в) $8x - (2x + 5) + (x - 1)$.

б) $4(3x - 2) + 7$;

4. Упростите выражение и найдите его значение:

$$-5(0,6c - 1,2) - 1,5c - 3 \text{ при } c = -\frac{4}{9}.$$

5. Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода и встретились через a ч. Найдите расстояние между пунктами, если скорость одного пешехода v км/ч, а другого u км/ч. Ответьте на вопрос задачи, если $v = 5$, $u = 4$, $a = 3$.

6. Раскройте скобки: $7x - (5x - (3x + y))$.

Вариант 1

К—2 (§ 3)

● 1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{3}x = 12$;

в) $5x - 4,5 = 3x + 2,5$;

б) $6x - 10,2 = 0$;

г) $2x - (6x - 5) = 45$.

● 2. Таня в школу сначала едет на автобусе, а потом идет пешком. Вся дорога у нее занимает 26 мин. Идет она на 6 мин дольше, чем едет на автобусе. Сколько минут она едет на автобусе?

3. В двух сараях сложено сено, причем в первом сарае сена в 3 раза больше, чем во втором. После того как из первого сарая увезли 20 т сена, а во второй привезли 10 т, в обоих сараях сена стало поровну. Сколько всего тонн сена было в двух сараях первоначально?

4. Решите уравнение $7x - (x + 3) = 3(2x - 1)$.**Вариант 2**

К—2 (§ 3)

● 1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{6}x = 18$;

в) $6x - 0,8 = 3x + 2,2$;

б) $7x + 11,9 = 0$;

г) $5x - (7x + 7) = 9$.

● 2. Часть пути в 600 км турист пролетел на самолете, а часть проехал на автобусе. На самолете он проделал путь, в 9 раз больший, чем на автобусе. Сколько километров турист проехал на автобусе?

3. На одном участке было в 5 раз больше саженцев смородины, чем на другом. После того как с первого участка увезли 50 саженцев, а на второй посадили еще 90, на обоих участках саженцев стало поровну. Сколько всего саженцев было на двух участках первоначально?

4. Решите уравнение $6x - (2x - 5) = 2(2x + 4)$.**Вариант 3**

К—2 (§ 3)

● 1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{5}x = 5$;

в) $4x + 5,5 = 2x - 2,5$;

б) $3x - 11,4 = 0$;

г) $2x - (6x + 1) = 9$.

● 2. Саша решил две задачи за 35 мин. Первую задачу он решал на 7 мин дольше, чем вторую. Сколько минут Саша решал вторую задачу?

3. В первом мешке в 3 раза больше картофеля, чем во втором. После того как из первого мешка взяли 30 кг картофеля, а во второй насыпали еще 10 кг, в обоих мешках картофеля стало поровну. Сколько килограммов картофеля было в двух мешках первоначально?

4. Решите уравнение $8x - (2x + 4) = 2(3x - 2)$.

● 1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{4}x = 8$; в) $3x - 0,6 = x + 4,4$;

б) $5x - 12,5 = 0$; г) $4x - (7x - 2) = 17$.

● 2. Длина отрезка AC равна 60 см. Точка B взята на отрезке AC так, что длина отрезка AB в 4 раза больше длины отрезка BC . Найдите длину отрезка BC .

3. В первом контейнере в 5 раз больше моркови, чем во втором. Когда из первого контейнера взяли 25 кг моркови, а во второй засыпали еще 15 кг, то в обоих контейнерах моркови стало поровну. Сколько килограммов моркови было в двух контейнерах первоначально?

4. Решите уравнение $3x - (9x - 3) = 3(4 - 2x)$.

● 1. Функция задана формулой $y = 6x + 19$. Определите: а) значение y , если $x = 0,5$; б) значение x , при котором $y = 1$; в) проходит ли график функции через точку $A(-2; 7)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = 2x - 4$.

б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x = 1,5$.

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций: а) $y = -2x$; б) $y = 3$.

4. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = 47x - 37$ и $y = -13x + 23$.

5. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой $y = 3x - 7$ и проходит через начало координат.

● 1. Функция задана формулой $y = 4x - 30$. Определите: а) значение y , если $x = -2,5$; б) значение x , при котором $y = -6$; в) проходит ли график функции через точку $B(7; -3)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = -3x + 3$.

б) Укажите с помощью графика, при каком значении x значение y равно 6.

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций: а) $y = 0,5x$; б) $y = -4$.

4. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -38x + 15$ и $y = -21x - 36$.

5. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой $y = -5x + 8$ и проходит через начало координат.

Вариант 3

К—3 (§ 5, 6)

● 1. Функция задана формулой $y = 5x + 18$. Определите:
а) значение y , если $x = 0,4$; б) значение x , при котором $y = 3$; в) проходит ли ее график через точку $C(-6; -12)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = 2x + 4$.

б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x = -1,5$.

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций: а) $y = -0,5x$; б) $y = 5$.

4. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -14x + 32$ и $y = 26x - 8$.

5. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой $y = 2x + 9$ и проходит через начало координат.

Вариант 4

К—3 (§ 5, 6)

● 1. Функция задана формулой $y = 2x - 15$. Определите:
а) значение y , если $x = -3,5$;

б) значение x , при котором $y = -5$;

в) проходит ли график функции через точку $K(10; -5)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = -3x - 3$.

б) Укажите с помощью графика, при каком значении x значение y равно -6 .

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций: а) $y = 2x$; б) $y = -4$.

4. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -10x - 9$ и $y = -24x + 19$.

5. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой $y = -8x + 11$ и проходит через начало координат.

Вариант 1

К—4 (§ 7, 8)

● 1. Найдите значение выражения $1 - 5x^2$ при $x = -4$.

● 2. Выполните действия:

а) $y^7 \cdot y^{12}$; б) $y^{20} : y^5$; в) $(y^2)^8$; г) $(2y)^4$.

● 3. Упростите выражение:

а) $-2ab^3 \cdot 3a^2 \cdot b^4$; б) $(-2a^5b^2)^3$.

● 4. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика определите значение y при $x = 1,5$; $x = -1,5$.

5. Вычислите: $\frac{25^2 \cdot 5^5}{5^7}$.

6. Упростите выражение:

а) $2 \frac{2}{3} x^2 y^8 \cdot \left(-1 \frac{1}{2} x y^3\right)^4$; б) $x^{n-2} \cdot x^{3-n} \cdot x$.

Вариант 2

К—4 (§ 7, 8)

- 1. Найдите значение выражения $-9p^3$ при $p = -\frac{1}{3}$.
 - 2. Выполните действия:
а) $c^3 \cdot c^{22}$; б) $c^{18} : c^6$; в) $(c^4)^6$; г) $(3c)^5$.
 - 3. Упростите выражение:
а) $-4x^5y^2 \cdot 3xy^4$; б) $(3x^2y^3)^2$.
 - 4. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика функции определите, при каких значениях x значение y равно 4.
 - 5. Вычислите: $\frac{3^6 \cdot 27}{81^2}$.
 - 6. Упростите выражение:
а) $3\frac{3}{7}x^5y^6 \cdot \left(-2\frac{1}{3}x^5y\right)^2$; б) $(a^{n+1})^2 : a^{2n}$.
-

Вариант 3

К—4 (§ 7, 8)

- 1. Найдите значение выражения $-3x^2 + 7$ при $x = -5$.
 - 2. Выполните действия:
а) $a^8 \cdot a^{16}$; б) $a^{16} : a^4$; в) $(a^3)^5$; г) $(2a)^3$.
 - 3. Упростите выражение:
а) $3a^2b \cdot (-2a^3b^4)$; б) $(-3a^3b^2)^3$.
 - 4. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика определите значение y при $x = 2,5$; $x = -2,5$.
 - 5. Вычислите: $\frac{49^4 \cdot 7^5}{7^{12}}$.
 - 6. Упростите выражение:
а) $4\frac{1}{6}a^8b^5 \cdot \left(-1\frac{1}{5}a^5b\right)^3$; б) $a^{m+1} \cdot a \cdot a^{3-m}$.
-

Вариант 4

К—4 (§ 7, 8)

- 1. Найдите значение выражения $-12c^3$ при $c = -\frac{1}{2}$.
- 2. Выполните действия:
а) $x^7 \cdot x^{12}$; б) $x^{12} : x^3$; в) $(x^6)^3$; г) $(3x)^4$.
- 3. Упростите выражение:
а) $5x^4y \cdot (-3x^2y^3)$; б) $(-2xy^4)^4$.
- 4. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика функции определите, при каких значениях x значение y равно 9.
- 5. Вычислите: $\frac{5^6 \cdot 125}{25^4}$.
- 6. Упростите выражение:
а) $\left(-2\frac{1}{2}a^3b\right)^4 \cdot 3\frac{1}{5}a^8b^5$; б) $x^{2n} : (x^{n-1})^2$.

Вариант 1

К—5 (§ 9, 10)

● 1. Выполните действия:

а) $(3a - 4ax + 2) - (11a - 14ax)$; б) $3y^2(y^3 + 1)$.

● 2. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $10ab - 15b^2$; б) $18a^3 + 6a^2$.

● 3. Решите уравнение $9x - 6(x - 1) = 5(x + 2)$.

● 4. Пассажирский поезд за 4 ч прошел такое же расстояние, какое товарный за 6 ч. Найдите скорость пассажирского поезда, если известно, что скорость товарного на 20 км/ч меньше.

5. Решите уравнение $\frac{3x-1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{5-x}{9}$.

6. Упростите выражение

$$2a(a+b-c) - 2b(a-b-c) + 2c(a-b+c).$$

Вариант 2

К—5 (§ 9, 10)

● 1. Выполните действия:

а) $(2a^2 - 3a + 1) - (7a^2 - 5a)$; б) $3x(4x^2 - x)$.

● 2. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $2xy - 3xy^2$; б) $8b^4 + 2b^3$.

● 3. Решите уравнение $7 - 4(3x - 1) = 5(1 - 2x)$.

● 4. В трех шестых классах 91 ученик. В 6 «А» на 2 ученика меньше, чем в 6 «Б», а в 6 «В» на 3 ученика больше, чем в 6 «Б». Сколько учащихся в каждом классе?

5. Решите уравнение $\frac{x-1}{5} = \frac{5-x}{2} + \frac{3x}{4}$.

6. Упростите выражение

$$3x(x+y+c) - 3y(x-y-c) - 3c(x+y-c).$$

Вариант 3

К—5 (§ 9, 10)

● 1. Выполните действия:

а) $(12ab - 5a) - (ab + 6a)$; б) $5x(3x^2 - 2x - 4)$.

● 2. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $3x^2 + 9xy$; б) $10x^5 - 5x$.

● 3. Решите уравнение $4(x + 1) = 15x - 7(2x + 5)$.

● 4. Ученик за 8 ч работы сделал столько же деталей, сколько мастер за 5 ч. Сколько деталей в час изготовил ученик, если известно, что мастер изготавливал в час на 6 деталей больше, чем ученик?

5. Решите уравнение $\frac{2x}{3} - \frac{2x+1}{6} = \frac{3x-5}{4}$.

6. Упростите выражение

$$4x(a+x+y) + 4a(a-x-y) - 4y(x-a-y).$$

Вариант 4

К—5 (§ 9, 10)

● 1. Выполните действия:

а) $(4y^3 + 15y) - (17y - y^3)$; б) $2a(3a - b + 4)$.

● 2. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $2ab - ab^2$; б) $2x^2 + 4x^6$.

● 3. Решите уравнение $5(x - 3) = 14 - 2(7 - 2x)$.

● 4. В трех корзинах 56 кг яблок. Во второй корзине на 12 кг яблок больше, чем в первой, а в третьей — в 2 раза больше, чем в первой. Сколько килограммов яблок в каждой корзине?

5. Решите уравнение $\frac{3-x}{3} = \frac{x+1}{2} - \frac{5x}{4}$.

6. Упростите выражение

$$6a(a - x + c) + 6x(a + x - c) - 6c(a - x - c).$$

Вариант 1

К—6 (§ 11)

● 1. Выполните умножение:

а) $(c + 2)(c - 3)$; в) $(5x - 2y)(4x - y)$;
б) $(2a - 1)(3a + 4)$; г) $(a - 2)(a^2 - 3a + 6)$.

● 2. Разложите на множители:

а) $a(a + 3) - 2(a + 3)$; б) $ax - ay + 5x - 5y$.

3. Упростите выражение $-0,1x(2x^2 + 6)(5 - 4x^2)$.

4. Представьте многочлен в виде произведения:

а) $x^2 - xy - 4x + 4y$; б) $ab - ac - bx + cx + c - b$.

5. Из прямоугольного листа фанеры вырезали квадратную пластинку, для чего с одной стороны листа фанеры отрезали полосу шириной 2 см, а с другой, соседней, — 3 см. Найдите сторону получившегося квадрата, если известно, что его площадь на 51 см^2 меньше площади прямоугольника.

Вариант 2

К—6 (§ 11)

● 1. Выполните умножение:

а) $(a - 5)(a - 3)$; в) $(3p + 2c)(2p + 4c)$;
б) $(5x + 4)(2x - 1)$; г) $(b - 2)(b^2 + 2b - 3)$.

● 2. Разложите на множители:

а) $x(x - y) + a(x - y)$; б) $2a - 2b + ca - cb$.

3. Упростите выражение $0,5x(4x^2 - 1)(5x^2 + 2)$.

4. Представьте многочлен в виде произведения:

а) $2a - ac - 2c + c^2$; б) $bx + by - x - y - ax - ay$.

5. Бассейн имеет прямоугольную форму. Одна из его сторон на 6 м больше другой. Он окружен дорожкой, ширина которой 0,5 м. Найдите стороны бассейна, если площадь окружающей его дорожки 15 м^2 .

● 1. Выполните умножение:

- а) $(x-8)(x+5)$; в) $(6a+x)(2a-3x)$;
б) $(3b-2)(4b-2)$; г) $(c+1)(c^2+3c+2)$.

● 2. Разложите на множители:

- а) $2x(x-1)-3(x-1)$; б) $ab+ac+4b+4c$.

3. Упростите выражение

$$-0,4a(2a^2+3)(5-3a^2).$$

4. Представьте многочлен в виде произведения:

- а) $a^2+ab-3a-3b$; б) $kp-kc-px+cx+c-p$.

5. Из квадратного листа фанеры вырезали прямоугольную дощечку, одна из сторон которой на 2 см, а другая на 3 см меньше стороны квадрата. Найдите сторону квадратного листа, если его площадь на 24 см² больше площади получившейся дощечки.

● 1. Выполните умножение:

- а) $(a-4)(a-2)$; в) $(3y-2c)(y+6c)$;
б) $(3x+1)(5x-6)$; г) $(b+3)(b^2+2b-2)$.

● 2. Разложите на множители:

- а) $2x(a-b)+a(a-b)$; б) $3x+3y+bx+by$.

3. Упростите выражение

$$0,2y(5y^2-1)(2y^2+1).$$

4. Представьте многочлен в виде произведения:

- а) $3x-xy-3y+y^2$; б) $ax-ay+cy-cx-x+y$.

5. Клумба прямоугольной формы окружена дорожкой, ширина которой 1 м. Площадь дорожки 26 м². Найдите стороны клумбы, если одна из них на 5 м больше другой.

● 1. Преобразуйте в многочлен:

- а) $(y-4)^2$; в) $(5c-1)(5c+1)$;
б) $(7x+a)^2$; г) $(3a+2b)(3a-2b)$.

● 2. Упростите выражение

$$(a-9)^2 - (81+2a).$$

● 3. Разложите на множители:

- а) x^2-49 ; б) $25x^2-10xy+y^2$.

4. Решите уравнение

$$(2-x)^2 - x(x+1,5) = 4.$$

5. Выполните действия:

- а) $(y^2-2a)(2a+y^2)$; б) $(3x^2+x)^2$; в) $(2+m)^2(2-m)^2$.

6. Разложите на множители:

- а) $4x^2y^2-9a^4$; б) $25a^2-(a+3)^2$; в) $27m^3+n^3$.
-

● 1. Преобразуйте в многочлен:

- а) $(3a+4)^2$; в) $(b+3)(b-3)$;
б) $(2x-b)^2$; г) $(5y-2x)(5y+2x)$.

● 2. Упростите выражение

$$(c+b)(c-b) - (5c^2-b^2).$$

● 3. Разложите на множители:

- а) $25y^2-a^2$; б) $c^2+4bc+4b^2$.

4. Решите уравнение

$$12 - (4-x)^2 = x(3-x).$$

5. Выполните действия:

- а) $(3x+y^2)(3x-y^2)$; б) $(a^3-6a)^2$; в) $(a-x)^2(x+a)^2$.

6. Разложите на множители:

- а) $100a^4 - \frac{1}{9}b^2$; б) $9x^2 - (x-1)^2$; в) $x^3 + y^6$.

Вариант 3

К—7 (§ 12, 13)

● 1. Преобразуйте в многочлен:

- а) $(x+6)^2$; в) $(3y-2)(3y+2)$;
б) $(3a-1)^2$; г) $(4a+3k)(4a-3k)$.

● 2. Упростите выражение $(b-8)^2 - (64-6b)$.

● 3. Разложите на множители:

- а) $25-y^2$; б) $a^2-6ab+9b^2$.

4. Решите уравнение $36 - (6-x)^2 = x(2,5-x)$.

5. Выполните действия:

- а) $(c^2-3a)(3a+c^2)$; б) $(3x+x^3)^2$; в) $(3-k)^2(k+3)^2$.

6. Разложите на множители:

- а) $36a^4-25a^2b^2$; б) $(x-7)^2-81$; в) a^3-8b^3 .

Вариант 4

К—7 (§ 12, 13)

● 1. Преобразуйте в многочлен:

- а) $(2x-1)^2$; в) $(y-5)(y+5)$;
б) $(3a+c)^2$; г) $(4b+5c)(4b-5c)$.

● 2. Упростите выражение $(x+y)(x-y) - (x^2+3y^2)$.

● 3. Разложите на множители:

- а) $16y^2-0,25$; б) $a^2+10ab+25b^2$.

4. Решите уравнение $(5-x)^2 - x(2,5+x) = 0$.

5. Выполните действия:

- а) $(2a-b^2)(2a+b^2)$; б) $(x-6x^3)^2$; в) $(y+b)^2(y-b)^2$.

6. Разложите на множители:

- а) $\frac{1}{81}a^2-0,09c^4$; б) $(b+8)^2-4b^2$; в) a^9-b^3 .

Вариант 1

К—8 (§ 14)

● 1. Упростите выражение:

- а) $(x-3)(x-7) - 2x(3x-5)$; б) $4a(a-2) - (a-4)^2$;
в) $2(m+1)^2 - 4m$.

● 2. Разложите на множители:

- а) x^3-9x ; б) $-5a^2-10ab-5b^2$.

3. Упростите выражение

$$(y^2-2y)^2 - y^2(y+3)(y-3) + 2y(2y^2+5).$$

4. Разложите на множители:

- а) $16x^4-81$; б) x^2-x-y^2-y .

5. Докажите, что выражение x^2-4x+9 при любых значениях x принимает положительные значения.

Вариант 2

К—8 (§ 14)

● 1. Упростите выражение:

- а) $2x(x-3)-3x(x+5)$; б) $(a+7)(a-1)+(a-3)^2$;
в) $3(y+5)^2-3y^2$.

● 2. Разложите на множители:

- а) c^2-16c ; б) $3a^2-6ab+3b^2$.

3. Упростите выражение

$$(3a-a^2)^2-a^2(a-2)(a+2)+2a(7+3a^2).$$

4. Разложите на множители:

- а) $81a^4-1$; б) y^2-x^2-6x-9 .

5. Докажите, что выражение $-a^2+4a-9$ может принимать лишь отрицательные значения.

Вариант 3

К—8 (§ 14)

● 1. Упростите выражение:

- а) $2c(1+c)-(c-2)(c+4)$; б) $(y+2)^2-2y(y+2)$;
в) $30x+3(x-5)^2$.

● 2. Разложите на множители:

- а) $4a-a^3$; б) $ax^2+2ax+a$.

3. Упростите выражение

$$(b^2+2b)^2-b^2(b-1)(b+1)+2b(3-2b^2).$$

4. Разложите на множители:

- а) $16-\frac{1}{81}y^4$; б) $a+a^2-b-b^2$.

5. Докажите, что выражение $c^2-2c+12$ может принимать лишь положительные значения.

Вариант 4

К—8 (§ 14)

● 1. Упростите выражение:

- а) $5a(2-a)+6a(a-7)$; б) $(b-3)(b-4)-(b+4)^2$;
в) $20x+5(x-2)^2$.

● 2. Разложите на множители:

- а) $25y-y^3$; б) $-4x^2+8xy-4y^2$.

3. Упростите выражение

$$(3x+x^2)^2-x^2(x-5)(x+5)+2x(8-3x^2).$$

4. Разложите на множители:

- а) $\frac{16}{81}-b^4$; б) a^2-x^2+4x-4 .

5. Докажите, что выражение $-y^2+2y-5$ при любых значениях y принимает отрицательные значения.

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x + y = 3, \\ 6x - 2y = 1. \end{cases}$$

● 2. Банк продал предпринимателю г-ну Разину 8 облигаций по 2000 р. и 3000 р. Сколько облигаций каждого номинала купил г-н Разин, если за все облигации было заплачено 19000 р.?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(3x + 2y) + 9 = 4x + 21, \\ 2x + 10 = 3 - (6x + 5y). \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(3; 8)$ и $B(-4; 1)$. Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ 6x - 4y = 1. \end{cases}$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$$

● 2. Велосипедист ехал 2 ч по лесной дороге и 1 ч по шоссе, всего он проехал 40 км. Скорость его на шоссе была на 4 км/ч больше, чем скорость на лесной дороге. С какой скоростью велосипедист ехал по шоссе и с какой по лесной дороге?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(3x - y) - 5 = 2x - 3y, \\ 5 - (x - 2y) = 4y + 16. \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(5; 0)$ и $B(-2; 21)$. Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решения система и сколько:

$$\begin{cases} 5x - y = 11, \\ -10x + 2y = -22. \end{cases}$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 2, \\ x - 4y = -9. \end{cases}$$

● 2. На турбазе имеются палатки и домики, вместе их 25. В каждом домике живут 4 человека, а в палатке — 2. Сколько на турбазе палаток и сколько домиков, если турбаза рассчитана на 70 человек?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3(2x + y) - 26 = 3x - 2y, \\ 15 - (x - 3y) = 2x + 5. \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(10; -9)$ и $B(-6; 7)$. Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 8, \\ 15x - 9y = 8. \end{cases}$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 16, \\ x + 4y = -4. \end{cases}$$

● 2. За 15 акций компании «Трансгаз» и 10 акций компании «Суперсталь» заплатили 35 000 р. Сколько стоит одна акция каждой компании, если акция «Трансгаза» на 1000 р. дешевле акции «Суперстали»?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x - y - 24 = 2(5x - 2y), \\ 3y - 2 = 4 - (x - y). \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(-2; 11)$ и $B(12; 4)$. Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решения система и сколько:

$$\begin{cases} 4x - y = 7, \\ 2y + 14 = 8x. \end{cases}$$

- 1. Найдите значение выражения

$$\left(-\frac{2}{17}\right) \cdot (1 - 17,6 : 55).$$

- 2. Найдите значение выражения $26 - 4a$ при $a = 7,3$.

- 3. Упростите выражение:

- а) $15x + 8y - x - 7y$; в) $3a - 2a - 4 + a - 1$;
 б) $2(5b - 1) + 3$; г) $4(3b + 2) - 2(2b - 3)$.

- 4. Упростите выражение

$$\frac{2}{3}(x - 6y) - \frac{1}{3}(2x - y).$$

5. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали легковой автомобиль и грузовик. Скорость легкового автомобиля v км/ч, а грузовика u км/ч. Найдите расстояние между городами, если автомобиль и грузовик встретились через t ч. Ответьте на вопрос задачи, если $v = 70$, $u = 40$, $t = 2$.

- 6. Раскройте скобки: $2a - (3a - (4a - 5))$.

- 1. Найдите значение выражения

$$(0,64 + 0,9)(65,7 - 69,2).$$

- 2. Найдите значение выражения $5a + 2b$ при $a = \frac{7}{15}$, $b = -\frac{5}{6}$.

- 3. Упростите выражение:

- а) $3a - 7b - 6a + 8b$; в) $10x - (3x + 1) + (x - 4)$;
 б) $3(4x + 2) - 6$; г) $2(2y - 1) - 3(y + 2)$.

- 4. Упростите выражение

$$0,5(a - 4b) + 0,1(5a + 10b).$$

5. Предприниматель распределил свой товар по трем торговым точкам. В первую он отправил a единиц товара, во вторую — 90% того товара, что отправил в первую, а в третью — на b единиц товара больше, чем в первую. Сколько всего единиц товара направил предприниматель в три торговые точки? Ответьте на вопрос задачи, если $a = 20$, $b = 3$.

- 6. Раскройте скобки: $10x + (8x - (6x + 4))$.

- 1. Найдите значение выражения

$$\frac{4}{7}(8,37 : 2,7 - 8,7).$$

- 2. Найдите значение выражения $8x - 3,7$ при $x = -2,6$.

- 3. Упростите выражение:

а) $4b + 2y - 12b - y$; в) $2p + (3p - 4) - (4p - 7)$;

б) $40 + 6(a - 7)$; г) $3(c - 1) - 2(3c - 5)$.

4. Упростите выражение

$$\frac{5}{6}(12c + a) + \frac{2}{3}(3c - 2a).$$

5. Из пунктов A и B одновременно в одном направлении выехали велосипедист и автомобилист. Скорость велосипедиста v км/ч, автомобилиста u км/ч. Автомобилист ехал вслед за велосипедистом и догнал его через t ч. Найдите расстояние между пунктами A и B . Ответьте на вопрос задачи, если $u = 60$, $v = 10$, $t = 0,5$.

6. Раскройте скобки: $10y - (12y - (y - 6))$.

- 1. Найдите значение выражения

$$2 - 6,72 : (15,42 - 13,02).$$

- 2. Найдите значение выражения $4x - 7y$ при $x = \frac{7}{12}$,
 $y = -\frac{5}{7}$.

- 3. Упростите выражение:

а) $14c - 14b + 10b - 4c$; в) $5a + (a - 4) - (2a - 3)$;

б) $5(2x - 3) + 10$; г) $4(x - 5) - 2(x + 3)$.

4. Упростите выражение

$$0,4(x - 5y) + 1,5(2x - y).$$

5. В первый день отряд туристов прошел a км, во второй — на b км меньше, чем в первый, а в третий день — 80% пути, пройденного в первый день. Какой путь прошли туристы? Ответьте на вопрос задачи, если $a = 30$, $b = 5$.

6. Упростите выражение $c - (3c - (5c - 1))$.

● 1. Решите уравнение:

а) $3x + 2,7 = 0$;

б) $2x + 7 = 3x - 2(3x - 1)$;

в) $\frac{2x}{5} = \frac{x-3}{2}$.

● 2. В трех седьмых классах 103 ученика. В 7 «Б» на 4 ученика больше, чем в 7 «А», и на 2 ученика меньше, чем в 7 «В». Сколько учеников в каждом классе?

3. Решите уравнение

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{x+5}{8} - \frac{1-x}{2}.$$

4. За три дня турист прошел 90 км. Во второй день он прошел на 10 км меньше, чем в первый день, а в третий — $\frac{4}{5}$ того пути, что в первый и второй день вместе. Сколько километров проходил турист каждый день?

● 1. Решите уравнение:

а) $5x - 0,8 = 2x + 1,6$;

б) $4 - 2(x + 3) = 4(x - 5)$;

в) $1 - \frac{x}{3} = \frac{2x+6}{3}$.

● 2. За 6 ч работы ученик сделал столько же деталей, сколько мастер за 4 ч. Известно, что мастер изготовлял в час на 5 деталей больше, чем ученик. Сколько деталей в час изготовлял ученик?

3. Решите уравнение

$$\frac{1-2x}{3} - \frac{x+3}{4} = \frac{2-4x}{5}.$$

4. В первом ящике в 2 раза больше гвоздей, чем во втором. После того как из первого ящика взяли 5 кг гвоздей, а из второго — 10 кг, в первом ящике стало в 3 раза больше гвоздей, чем во втором. Сколько килограммов гвоздей было в двух ящиках вместе первоначально?

● 1. Решите уравнение:

а) $4x - 6,4 = 0$;

б) $5x + 3 = 7x - 5(2x + 1)$;

в) $\frac{x-4}{5} - 2 = \frac{3x}{5}$.

● 2. За три дня туристы прошли 70 км. В первый день они прошли в 2 раза больше, чем во второй день, а в третий — на 10 км больше, чем во второй. Какой путь был пройден туристами в каждый из трех дней?

3. Решите уравнение

$$\frac{x-1}{2} - \frac{2x}{3} = \frac{x+3}{5}.$$

4. В первом мешке в 2 раза больше муки, чем во втором. Когда из первого мешка взяли 30 кг муки, а во второй добавили 5 кг, то во втором стало муки в 1,5 раза больше, чем в первом. Сколько килограммов муки было в двух мешках первоначально?

● 1. Решите уравнение:

а) $7 - 2x = 4,5 - 7x$;

б) $2(x - 8) - 5(x + 6) = 2$;

в) $\frac{6x}{7} = \frac{x-5}{2}$.

● 2. За 4 ч по течению моторная лодка прошла такое же расстояние, как за 5 ч против течения. Найдите собственную скорость моторной лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.

3. Решите уравнение

$$\frac{3x-7}{6} = \frac{2x}{3} - \frac{x+4}{2}.$$

4. За три дня продали 15 т картофеля. В первый день продали на 1 т меньше, чем во второй, а в третий — $\frac{2}{3}$ того, что в первый и второй день вместе. Сколько тонн картофеля продали в каждый из трех дней?

● 1. Найдите значение выражения:

а) $(0,6 \cdot 5^3 - 15)^2$; б) $0,3a^2$ при $a = -18$.

● 2. Выполните действия:

а) $a^{10} \cdot a^{15}$; б) $a^{16} : a^{11}$; в) $(a^7)^3$; г) $(ax)^6$; д) $\left(\frac{a}{5}\right)^4$.

● 3. Запишите число 27 000 в стандартном виде.

● 4. Упростите выражение:

а) $4a^7b^5 \cdot (-2ab^2)$; б) $(-3x^4y^2)^3$; в) $(-2a^5y)^2$.

5. Вычислите:

а) $\frac{7^9 \cdot 7^{11}}{7^{18}}$; б) $\frac{5^6 \cdot 125}{25^4}$.

6. Упростите выражение:

а) $2\frac{2}{3}x^5y^8 \cdot \left(-1\frac{1}{2}x^3y^6\right)^2$;

б) $(a^{1+n})^3 : a^3$.

● 1. Найдите значение выражения:

а) $\left(16 - \frac{1}{3} \cdot 6^2\right)^3$; б) $(-5a)^2$ при $a = 0,8$.

● 2. Выполните действия:

а) $x^{12} \cdot x^{10}$; б) $x^{18} : x^{13}$; в) $(x^2)^5$; г) $(xy)^7$; д) $\left(\frac{x}{3}\right)^3$.

● 3. Запишите число 3800 в стандартном виде.

● 4. Упростите выражение:

а) $-3a^5 \cdot 4ab^6$; б) $(-2xy^6)^4$; в) $(-3a^3y^4)^3$.

5. Вычислите:

а) $\frac{6^{15} \cdot 6^{11}}{6^{24}}$; б) $\frac{3^{11} \cdot 27}{9^6}$.

6. Упростите выражение:

а) $-3\frac{1}{5}a^8b \left(\frac{1}{2}a^3b^8\right)^4$;

б) $x^{n-2} \cdot x^2 \cdot x^{n+2}$.

Вариант 3**К—3А (§ 9—12)**

● 1. Найдите значение выражения:

а) $1,5 \cdot 8^2 - 5^3$; б) $\left(\frac{1}{3}x\right)^3$ при $x = -6$.

● 2. Выполните действия:

а) $y^{15} \cdot y^3$; б) $y^{20} : y^{12}$; в) $(y^3)^6$; г) $(ay)^5$; д) $\left(\frac{y}{5}\right)^2$.

● 3. Запишите число 56 000 в стандартном виде.

● 4. Упростите выражение:

а) $2x^6y \cdot (-4x^2y^7)$; б) $(-a^5b^2)^5$; в) $(-2ac^4)^2$.

5. Вычислите:

а) $\frac{8^{24}}{8^{16} \cdot 8^6}$; б) $\frac{2^5 \cdot 8}{4^3}$.

6. Упростите выражение:

а) $\left(-1 \frac{2}{3}xy^5\right)^2 \cdot 5 \frac{2}{5}x^3y^{10}$;

б) $(c^{n+1})^2 \cdot c^n$.

Вариант 4**К—3А (§ 9—12)**

● 1. Найдите значение выражения:

а) $\left(40 - \frac{1}{4} \cdot 12^2\right)^3$; б) $-0,4x^3$ при $x = 5$.

● 2. Выполните действия:

а) $p^4 \cdot p^{11}$; б) $p^{16} : p^{10}$; в) $(p^5)^3$; г) $(cp)^4$; д) $\left(\frac{p}{3}\right)^3$.

● 3. Запишите число 2100 в стандартном виде.

● 4. Упростите выражение:

а) $6x^2y \cdot (-3y^5)$; б) $(-4a^3b)^2$; в) $(-a^7y^4)^3$.

5. Вычислите:

а) $\frac{5^{11} \cdot 5^2}{5^{10}}$; б) $\frac{16^6}{4^7 \cdot 64}$.

6. Упростите выражение:

а) $\left(2 \frac{1}{3}a^4b^8\right)^3 \cdot \left(-1 \frac{2}{7}a^5b^{12}\right)$;

б) $a^{2n+5} : (a^n)^2$.

Вариант 1

К—4А (§ 13—18)

● 1. Выполните действия:

а) $(3ab + 5a - b) - (12ab - 3a)$; г) $(y - 1)(y^2 + 2y - 4)$;

б) $2x^2(3 - 5x^3)$; д) $(3x^3 - 6x^2) : 3x^2$.

в) $(2a - 3c)(a + 2c)$;

● 2. Упростите выражение

$$3c(c - 2) - (c - 3)(c - 1).$$

3. Выполните умножение:

$$-0,3a(4a^2 - 3)(2a^2 + 5).$$

4. Упростите выражение

$$2a(a + b - c) - 2b(a - b - c) + 2c(a - b + c).$$

5. Из прямоугольного листа фанеры вырезали квадратную пластинку, для чего с одной стороны листа фанеры отрезали полосу шириной 2 см, а с другой, соседней, — 3 см. Найдите сторону получившегося квадрата, если известно, что его площадь на 51 см² меньше площади прямоугольника.

Вариант 2

К—4А (§ 13—18)

● 1. Выполните действия:

а) $15y^2 + 7y - (13y - 5y^2)$; г) $(a + 2)(a^2 - a - 3)$;

б) $2c(a - 3b + 4)$; д) $(4ab^2 - 6a^2b) : 2ab$.

в) $(4x - 1)(2x - 3)$;

● 2. Упростите выражение

$$2x(3x - 4) - 3x(3x - 1).$$

3. Выполните умножение:

$$1,5x(3x^2 - 5)(2x^2 + 3).$$

4. Упростите выражение

$$5a(a + b + c) - 5b(a - b - c) - 5c(a + b - c).$$

5. В центре прямоугольной площадки, одна сторона которой на 1 м меньше другой, разбита клумба прямоугольной формы. Площадь клумбы на 22 м² меньше площади всей площадки, а ширина дорожки, окружающей клумбу, 1 м. Найдите стороны прямоугольной площадки.

● 1. Выполните действия:

а) $(2x - 3xy + 7) - (3x - 5xy)$; г) $(x + 1)(x^2 - 3x - 4)$;

б) $3a^3(2a^2 - 4)$; д) $(8a^4 + 2a^3) : 2a^3$.

в) $(2y + c)(3y - c)$;

● 2. Упростите выражение

$$(x - 4)(x - 5) - 2x(x - 6).$$

3. Выполните умножение:

$$-0,5y(4 - 2y^2)(y^2 + 3).$$

4. Упростите выражение

$$7y(x + y - p) - 7p(x - y - p) + 7x(x - y + p).$$

5. Из квадратного листа фанеры вырезали прямоугольную дощечку, одна сторона которой на 1 см, а другая на 3 см меньше стороны квадрата. Найдите сторону квадратного листа фанеры, если площадь получившейся дощечки меньше площади листа на 21 см^2 .

● 1. Выполните действия:

а) $(12a - 6a^2 + 5) - (2a - 3a^2)$; г) $(x + 4)(x^2 + 2x - 3)$;

б) $2c(c^2 + 3c - 1)$; д) $(15x^2y + 10xy) : 5xy$.

в) $(3a - 5)(4a - 3)$;

● 2. Упростите выражение

$$3p(2p + 4) - 2p(2p - 3).$$

3. Выполните умножение:

$$0,4b(5b^2 - 10)(2 + b^2).$$

4. Упростите выражение

$$3c(a + b - c) + 3b(a - b - c) - 3a(a + b + c).$$

5. Бассейн прямоугольной формы окружен дорожкой, ширина которой 1 м. Одна из сторон бассейна на 15 м меньше другой. Площадь бассейна на 74 м^2 меньше площади, занимаемой бассейном вместе с дорожкой. Найдите размеры бассейна.

Вариант 1

К—5А (§ 19, 20)

● 1. Разложите на множители:

- а) $2x^2 - xy$; г) $2a(a-1) + 3(a-1)$;
б) $ab + 3ab^2$; д) $4x - 4y + ax - ay$.
в) $2y^4 + 6y^3 - 4y^2$;

2. Представьте в виде произведения:

- а) $2a^2b^2 - 6ab^3 + 2a^3b$; в) $3x - xy - 3y + y^2$;
б) $a^2(a-2) - a(a-2)^2$; г) $ax - ay + cy - cx + x - y$.

3. Найдите значение выражения $xy - x^2 - 2y + 2x$ при $x = 2\frac{2}{3}$, $y = 3\frac{2}{3}$.

Вариант 2

К—5А (§ 19, 20)

● 1. Разложите на множители:

- а) $6a^2 + ab - 5a$; г) $3x(x+2) - 2(x+2)$;
б) $7x^2y - xy^2$; д) $ab + 2ac + 2b + 4c$.
в) $12c^5 + 4c^3$;

2. Представьте в виде произведения:

- а) $3x^3y + 6x^2y^2 - 3x^3y^2$; в) $2a + ab - 2b - b^2$;
б) $x^2(1-x) + x(x-1)^2$; г) $5a - 5b - xa + xb - b + a$.

3. Найдите значение выражения

$$4a - 4c + ac - a^2 \text{ при } a = 3,5, c = -1,5.$$

Вариант 3

К—5А (§ 19, 20)

● 1. Разложите на множители:

- а) $3ab + a^2$; г) $5y(x+y) + x(x+y)$;
б) $2cx - 4cx^2$; д) $2a - ax + 2b - bx$.
в) $4b^3 - 3b^5$;

2. Представьте в виде произведения:

- а) $3a^2x^2 - 6a^3x + 12a^2x$; в) $4ap + 2a - 2p^2 - p$;
б) $y(y+3)^2 - y^2(y+3)$; г) $3x - 3y - ay + ax + x - y$.

3. Найдите значение выражения

$$2a - 2x + ax - a^2 \text{ при } a = -2\frac{1}{7}, x = -3\frac{1}{7}.$$

Вариант 4

К—5А (§ 19, 20)

● 1. Разложите на множители:

- а) $3ax - x^2$; г) $b(b-3) - 4(b-3)$;
б) $ab^2 + 5a^2b$; д) $2ac + 2c + ab + b$.
в) $2c^4 - 4c^3 + 2c$;

2. Представьте в виде произведения:

- а) $12a^2b^2 + 6a^2b^3 + 12ab^3$; в) $ax - 5x - a^2 + 5a$;
б) $b(b-2)^2 + b^2(2-b)$; г) $ab - ac + 2c - 2b - b + c$.

3. Найдите значение выражения $bc + b^2 - 3c - 3b$ при $b = 3, 7$, $c = -4, 7$.**Вариант 1**

К—6А (§ 21—23)

● 1. Преобразуйте в многочлен:

- а) $(a-3)^2$; б) $(2x+y)^2$; в) $(5b-4x)(5b+4x)$.

● 2. Упростите выражение:

- а) $4a(a-2) - (a-4)^2$; б) $2(b+1)^2 - 4b$.

● 3. Разложите на множители:

- а) $x^2 - 25$; б) $ab^2 - ac^2$; в) $-3a^2 - 6ab - 3b^2$.

4. Упростите выражение

$$(y^2 - 2y)^2 - y^2(y+3)(y-3) + 2y(2y^2 + 5).$$

5. Разложите на множители:

- а) $25a^2 - (a+3)^2$; в) $16x^4 - 81$;
б) $27a^3 + b^3$; г) $x^2 - x - y^2 - y$.

Вариант 2

К—6А (§ 21—23)

● 1. Преобразуйте в многочлен:

- а) $(x+4)^2$; б) $(a-2b)^2$; в) $(3y+5)(3y-5)$.

● 2. Упростите выражение:

- а) $(c-2)(c+3) - (c-1)^2$; б) $3(a+c)^2 - 6ac$.

● 3. Разложите на множители:

- а) $16a^2 - 9$; б) $3x^2 - 75x$; в) $2x^2 + 4xy + 2y^2$.

4. Упростите выражение

$$(6x - x^2)^2 - x^2(x-1)(x+1) + 6x(3+2x^2).$$

5. Разложите на множители:

- а) $(y+2)^2 - 4y^2$; в) $16 - \frac{1}{81}x^4$;
б) $x^3 - 8y^3$; г) $2x + x^2 + 2y - y^2$.

● 1. Преобразуйте в многочлен:

а) $(2a-1)^2$; б) $(x+3y)^2$; в) $(7-x)(7+x)$.

● 2. Упростите выражение:

а) $(x+5)^2-5x(2-x)$;

б) $16y+2(y-4)^2$.

● 3. Разложите на множители:

а) $81-a^2$; б) $5x^2-5y^2$; в) $3x^2-6xy+3y^2$.

4. Упростите выражение

$$(a^2+4a)^2-a^2(a-2)(a+2)-4a^2(2a-1).$$

5. Разложите на множители:

а) $(x-2)^2-16$; в) $81y^4-x^4$;

б) $a^3+\frac{1}{8}y^3$; г) $a-a^2+b+b^2$.

● 1. Преобразуйте в многочлен:

а) $(2+3x)^2$; б) $(a-5b)^2$; в) $(y+10)(y-10)$.

● 2. Упростите выражение:

а) $(x-4)^2-(x+1)(x+2)$;

б) $5(a+b)^2-10ab$.

● 3. Разложите на множители:

а) $9y^2-25$; б) $4a-a^3$; в) $-2a^2+4ac-2c^2$.

4. Упростите выражение

$$(2b+b^2)^2+b^2(5-b)(5+b)-4b(b^2-3).$$

5. Разложите на множители:

а) $16-(y+1)^2$; в) a^4-16b^4 ;

б) $\frac{1}{27}a^3-x^3$; г) $3c-c^2-3a+a^2$.

● 1. Сократите дробь:

а) $\frac{14a^3b^5}{21a^4b}$; б) $\frac{x^2+x}{x^2}$; в) $\frac{a+2b}{a^2-4b^2}$.

● 2. Выполните действия:

а) $\frac{2x}{x-a} - \frac{2a}{x+a}$;

б) $\frac{2-ab}{2a+ab} + \frac{2b}{2+b}$;

в) $c - \frac{c^2}{c+1}$.

3. Упростите выражение

$$\frac{7}{x^2-y^2} - \frac{5}{xy-x^2} - \frac{12}{x^2+xy}.$$

4. Сократите дробь и найдите ее значение:

$$\frac{ax-ay+3x-3y}{a^2-9} \text{ при } x=5,8, y=3,4, a=3,1.$$

● 1. Сократите дробь:

а) $\frac{15xy^4}{10x^3y^2}$; б) $\frac{ab-b}{b^2}$; в) $\frac{4x^2-y^2}{2x-y}$.

● 2. Выполните действия:

а) $\frac{3}{a} + \frac{a-3}{a+5}$;

б) $\frac{2x^2}{x^2-4} - \frac{2x}{x+2}$;

в) $\frac{7a}{a-b} - 7$.

3. Упростите выражение

$$\frac{5}{(a+2)^2} - \frac{5}{a^2-4} - \frac{5}{a+2}.$$

4. Сократите дробь и найдите ее значение:

$$\frac{2a-2c+ax-cx}{x^2-4} \text{ при } a=6,7, c=5,3, x=1,9.$$

● 1. Сократите дробь:

а) $\frac{12x^7y^2}{18xy^5}$; б) $\frac{x^2-xy}{x^2}$; в) $\frac{9a^2-16}{3a+4}$.

● 2. Выполните действия:

а) $\frac{2x}{x-2} - \frac{x}{x+2}$;

б) $\frac{y}{x^2-xy} - \frac{1}{x-y}$;

в) $3b - \frac{9b}{b+3}$.

3. Упростите выражение

$$\frac{3a}{a^2-9} - \frac{2b}{ab+3b} - \frac{b}{ab-3b}.$$

4. Сократите дробь и найдите ее значение:

$$\frac{ab+ac-2c-2b}{b^2-c^2} \text{ при } a=3, b=5,6, c=5,7.$$

● 1. Сократите дробь:

а) $\frac{16a^5b}{12a^8b^2}$; б) $\frac{ab+a^2}{a^2}$; в) $\frac{x-3y}{x^2-9y^2}$.

● 2. Выполните действия:

а) $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a}{b}$;

б) $\frac{3x^2}{x^2-1} - \frac{3x}{x-1}$;

в) $\frac{2y^2}{y-8} - 2y$.

3. Упростите выражение

$$\frac{2}{a-3} - \frac{a}{(a-3)^2} - \frac{a}{a^2-9}.$$

4. Сократите дробь и найдите ее значение:

$$\frac{4x-4y+ax-ay}{x^2-y^2} \text{ при } a=2, x=7,3, y=-7,8.$$

● 1. Выполните действия:

а) $\frac{b}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{b^2}$; в) $\left(-\frac{2a^2}{b}\right)^3$;

б) $\frac{2x-2y}{y} : \frac{x^2-y^2}{y^2}$; г) $3ab \cdot \frac{a^2}{b}$.

● 2. Упростите выражение

$$\left(\frac{a}{a-b} - \frac{a+b}{a}\right) \cdot \frac{a-b}{2b}.$$

3. Упростите выражение и найдите его значение:

$$\frac{b^2-8b+16}{2b+6} : \frac{b^2-16}{4b+12} \quad \text{при } b=2,4.$$

4. Упростите выражение

$$\left(x+y - \frac{4xy}{x+y}\right) \left(y-x + \frac{4xy}{y-x}\right).$$

● 1. Выполните действия:

а) $\frac{x+y}{x} \cdot \frac{x^2}{ax+ay}$; в) $\left(-\frac{3x^5}{y^6}\right)^2$;

б) $\frac{a^2-b^2}{b} : \frac{a^2+ab}{b}$; г) $\frac{3a-3c}{a} : (a^2-c^2)$.

● 2. Упростите выражение

$$\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \cdot \frac{x^2-y^2}{y^2}.$$

3. Упростите выражение и найдите его значение:

$$\frac{a^2-9}{2a+8} \cdot \frac{4a+16}{a^2+6a+9} \quad \text{при } a=1,8.$$

4. Упростите выражение

$$\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{x+y} \cdot \frac{2x+2y}{xy}\right) \cdot \frac{x^2y^2}{x^2-y^2}.$$

● 1. Выполните действия:

а) $\frac{x^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{x}$; в) $\left(-\frac{2c^3}{y}\right)^5$;

б) $\frac{a}{3a+3b} : \frac{a^2}{a^2-b^2}$; г) $\frac{x}{y^2} \cdot 4xy$.

● 2. Упростите выражение

$$\left(\frac{y}{y-x} - \frac{y-x}{y}\right) \cdot \frac{y-x}{x}.$$

3. Упростите выражение и найдите его значение:

$$\frac{2x-4}{x^2+12x+36} : \frac{8x-16}{x^2-36} \text{ при } x=1,5.$$

4. Упростите выражение

$$\left(a-8 + \frac{32a}{a-8}\right) \left(8+a - \frac{32a}{8+a}\right).$$

● 1. Выполните действия:

а) $\frac{5a+5b}{b^2} \cdot \frac{b}{a+b}$; в) $\left(-\frac{2a^3}{b^4}\right)^2$;

б) $\frac{y}{xy-x} : \frac{y}{y^2-1}$; г) $(a^2-x^2) : \frac{2a+2x}{a}$.

● 2. Упростите выражение

$$\left(\frac{3}{y-2} - \frac{3}{y+2}\right) \cdot \frac{y^2-4}{y+4}.$$

3. Упростите выражение и найдите его значение:

$$\frac{c^2-10c+25}{2c+4} \cdot \frac{4c+8}{c^2-25} \text{ при } c=7,5.$$

4. Упростите выражение

$$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{2a-2b}{ab} \cdot \frac{1}{a-b}\right) \cdot \frac{a^2b^2}{a^2-b^2}.$$

● 1. Функция задана формулой $y = 3x + 18$. Определите:

- а) чему равно значение y при $x = -2,5$;
- б) при каком значении x значение y равно -3 ;
- в) проходит ли график функции через точку $A(-5; 3)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = 2x + 6$.

- б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x = 1,5$.

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций:

- а) $y = -0,5x$; б) $y = 3$.

4. Найдите значение b , если известно, что график функции $y = -5x + b$ проходит через точку $C(10; -52)$.

5. Запишите уравнение прямой, параллельной графику функции $y = -7x - 15$ и проходящей через начало координат.

● 1. Функция задана формулой $y = -5x + 10$. Определите:

- а) чему равно значение y при $x = 2,5$;
- б) при каком значении x значение y равно -5 ;
- в) проходит ли график функции через точку $B(3; 5)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = -2x + 6$.

- б) Укажите с помощью графика, при каком значении x значение функции равно -2 .

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций:

- а) $y = 0,5x$; б) $y = -4$.

4. Найдите значение k , если известно, что график функции $y = kx - 12$ проходит через точку $A(15; -7)$.

5. Запишите уравнение прямой, параллельной графику функции $y = 8x - 13$ и проходящей через начало координат.

● 1. Функция задана формулой $y = 4x - 20$. Определите:

- а) чему равно значение y при $x = -2,5$;
- б) при каком значении x значение y равно 4;
- в) проходит ли график функции через точку $C(-2; -28)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = 2x - 6$.

- б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x = 1,5$.

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций:

- а) $y = -2x$; б) $y = -5$.

4. Найдите значение b , если известно, что график функции $y = 3x + b$ проходит через точку $A(15; 40)$.

5. Запишите уравнение прямой, параллельной графику функции $y = -6x + 10$ и проходящей через начало координат.

● 1. Функция задана формулой $y = -4x - 18$. Определите:

- а) чему равно значение y при $x = 2,5$;
- б) при каком значении x значение y равно 2;
- в) проходит ли график функции через точку $K(2; -20)$.

● 2. а) Постройте график функции $y = -2x - 6$.

- б) Укажите с помощью графика, при каком значении x значение функции равно -2 .

● 3. В одной и той же системе координат постройте графики функций:

- а) $y = 2x$; б) $y = 4$.

4. Найдите значение k , если известно, что график функции $y = kx + 15$ проходит через точку $C(8; 11)$.

5. Запишите уравнение прямой, параллельной графику функции $y = 12x - 3$ и проходящей через начало координат.

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4, \\ 2x - y = -5. \end{cases}$$

● 2. В компании работает 30 менеджеров. Денежные премии для одних менеджеров компании составили по 10 000 р. на человека, а для других — по 15 000 р. Всего на премии было затрачено 390 000 р. Сколько менеджеров получили по 10 000 р. и сколько по 15 000 р.?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 10 - 4(2x + 5) = 6y - 13, \\ 4y - 63 = 5(4x - 2y) + 2. \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(-3; 26)$ и $B(5; -22)$. Найдите k и b и запишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система:

$$\begin{cases} 2x - 7y = 1, \\ 4x - 14y = 5. \end{cases}$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 6y = 20, \\ 4x + 2y = 2. \end{cases}$$

● 2. Дорога от поселка до станции идет сначала в гору, а потом под гору и всего составляет 19 км. Пешеход шел в гору 1 ч, а под гору 2 ч. Скорость его под гору была на 2 км/ч больше, чем в гору. С какой скоростью шел пешеход в гору и с какой под гору?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3(5x + 3y) - 6 = 2x + 11, \\ 4x - 15 = 11 - 2(4x - y). \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(4; -6)$ и $B(-8; -12)$. Найдите k и b и запишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решения система и сколько:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 2, \\ 6x + 10y = 4. \end{cases}$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -12, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$$

● 2. На ремонт трех двухкомнатных и пяти однокомнатных квартир ушло 290 кусков обоев, а на ремонт одной двухкомнатной и семи однокомнатных квартир — 310 кусков обоев. Сколько кусков обоев уходит на ремонт однокомнатной и сколько на ремонт двухкомнатной квартиры?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 6x + 3 = 8x - 3(2y - 4), \\ 2(2x - 3y) - 4x = 2y - 8. \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(2; 1)$ и $B(-4; 10)$. Найдите k и b и запишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4, \\ 9x + 6y = 10. \end{cases}$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x + y = 14, \\ 2x - 3y = 9. \end{cases}$$

● 2. Отряд туристов вышел в поход на 9 байдарках, часть из которых двухместные, а часть — трехместные. Сколько двухместных и сколько трехместных байдарок в походе, если отряд состоит из 23 человек?

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4y + 20 = 2(3x - 4y) - 4, \\ 16 - (5x + 2y) = 3x - 2y. \end{cases}$$

4. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(6; 7)$ и $B(-2; 11)$. Найдите k и b и запишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решения система и сколько:

$$\begin{cases} x - 7y = 2, \\ 3x - 21y = 6. \end{cases}$$

ИТОГОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 1

ИК—1

● 1. Упростите выражение $(a + 6)^2 - 2a(3 - 2a)$.

● 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 11, \\ 4x - y = 4. \end{cases}$$

● 3. а) Постройте график функции $y = 2x - 2$.

б) Определите, проходит ли график функции через точку $A(-10; -20)$.

4. Разложите на множители:

а) $2a^4b^3 - 2a^3b^4 + 6a^2b^2$; б) $x^2 - 3x - 3y - y^2$.

5. Из пункта A вниз по реке отправился плот. Через 1 ч навстречу ему из пункта B , находящегося в 30 км от A , вышла моторная лодка, которая встретила с плотом через 2 ч после своего выхода. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.

Вариант 2

ИК—1

● 1. Упростите выражение $(x - 2)^2 - (x - 1)(x + 2)$.

● 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 12, \\ x - 2y = -7. \end{cases}$$

● 3. а) Постройте график функции $y = -2x + 2$.

б) Определите, проходит ли график функции через точку $A(10; -18)$.

4. Разложите на множители:

а) $3x^3y^3 + 3x^2y^4 - 6xy^2$; б) $2a + a^2 - b^2 - 2b$.

5. Из поселка на станцию, расстояние между которыми 32 км, выехал велосипедист. Через 0,5 ч навстречу ему со станции выехал мотоциклист и встретил велосипедиста через 0,5 ч после своего выезда. Известно, что скорость мотоциклиста на 28 км/ч больше скорости велосипедиста. Найдите скорость каждого из них.

- 1. Упростите выражение

$$2x(2x + 3y) - (x + y)^2.$$

- 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x - y = 9, \\ 3x + 7y = -1. \end{cases}$$

- 3. а) Постройте график функции $y = 2x + 2$.

б) Определите, проходит ли график функции через точку $A(-10; -18)$.

- 4. Разложите на множители:

а) $2a^3x^3 - 2a^3x^2 - 10a^2x$; б) $a^2 + 5a + 5b - b^2$.

5. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 17 км, вышел пешеход. Через 0,5 ч навстречу ему из пункта B вышел второй пешеход и встретился с первым через 1,5 ч после своего выхода. Найдите скорость каждого пешехода, если известно, что скорость первого на 2 км/ч меньше скорости второго.

- 1. Упростите выражение

$$(y - 4)(y + 2) - (y - 2)^2.$$

- 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 8y = -6, \\ 5x - 2y = 12. \end{cases}$$

- 3. а) Постройте график функции $y = -2x - 2$.

б) Определите, проходит ли график функции через точку $A(10; -20)$.

- 4. Разложите на множители:

а) $3x^3y^3 - 3x^4y^2 + 9x^2y$; б) $2x - x^2 + y^2 + 2y$.

5. Из пункта A вверх по течению к пункту B , расстояние до которого от пункта A равно 35 км, вышла моторная лодка. Через 0,5 ч навстречу ей из пункта B отплыл плот и встретил моторную лодку через 1,5 ч после своего отправления. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.

● 1. Упростите выражение:

а) $3a^2b \cdot (-5a^3b)$; б) $(2x^2y)^3$.

● 2. Решите уравнение

$$3x - 5(2x + 1) = 3(3 - 2x).$$

● 3. Разложите на множители:

а) $2xy - 6y^2$; б) $a^3 - 4a$.

● 4. Периметр треугольника ABC равен 50 см. Сторона AB на 2 см больше стороны BC , а сторона AC в 2 раза больше стороны BC . Найдите стороны треугольника.

5. Докажите, что верно равенство

$$(a + c)(a - c) - b(2a - b) - (a - b + c)(a - b - c) = 0.$$

6. На графике функции $y = 5x - 8$ найдите точку, абсцисса которой противоположна ее ординате.

● 1. Упростите выражение:

а) $-2xy^2 \cdot 3x^3y^5$; б) $(-4ab^3)^2$.

● 2. Решите уравнение

$$4(1 - 5x) = 9 - 3(6x - 5).$$

● 3. Разложите на множители:

а) $a^2b - ab^2$; б) $9x - x^3$.

● 4. Турист прошел 50 км за 3 дня. Во второй день он прошел на 10 км меньше, чем в первый день, и на 5 км больше, чем в третий. Сколько километров проходил турист каждый день?

5. Докажите, что при любых значениях переменных верно равенство

$$(x - y)(x + y) - (a - x + y)(a - x - y) - a(2x - a) = 0.$$

6. На графике функции $y = 3x + 8$ найдите точку, абсцисса которой равна ее ординате.

- 1. Упростите выражение:

а) $7ax^5 \cdot (-2a^4x^2)$; б) $(5a^3b)^2$.

- 2. Решите уравнение

$$3 - 4(1 - 6x) = 2(3x + 4).$$

- 3. Разложите на множители:

а) $3a^2 - 9ab$; б) $x^3 - 25x$.

● 4. По электронной почте послано три сообщения общим объемом 600 килобайт. Объем первого сообщения на 300 килобайт меньше объема третьего и в 3 раза меньше объема второго. Найдите объем каждого сообщения.

5. Докажите, что при любых значениях переменных верно равенство

$$(a - x)(a + x) - b(b + 2x) - (a - b - x)(a + b + x) = 0.$$

6. На графике функции $y = -3x + 10$ найдите точку, ордината которой противоположна ее абсциссе.

- 1. Упростите выражение:

а) $-7x^4y^7 \cdot (3xy^2)$; б) $(-2a^5b)^3$.

- 2. Решите уравнение

$$2(3 - 2x) = 3x - 4(1 + 3x).$$

- 3. Разложите на множители:

а) $2x^2y + 4xy^2$; б) $100a - a^3$.

● 4. Три бригады рабочих изготовили за смену 100 деталей. Вторая бригада изготовила на 5 деталей больше, чем первая бригада, и на 15 деталей больше, чем третья. Сколько деталей изготовила каждая бригада?

- 5. Докажите, что верно равенство

$$(p + x)(p - x) - (p - x + c)(p + x - c) - c(c - 2x) = 0.$$

6. На графике функции $y = -2x + 15$ найдите точку, абсцисса и ордината которой равны.

- 1. Упростите выражение

$$\left(\frac{a}{a+4} - \frac{a}{a-4}\right) \cdot \frac{a+4}{a}.$$

- 2. а) Постройте график функции $y = -0,5x$.
- б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x = 4$.

- 3. Решите уравнение

$$\frac{4x}{5} = \frac{x-9}{2}.$$

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 - 2(x + y), \\ 4(x - y) = -2. \end{cases}$$

- 5. Упростите выражение

$$\left(\frac{a}{a-c} + \frac{2ac}{a^2 - 2ac + c^2}\right) \left(\frac{4ac}{a+c} - a - c\right).$$

- 1. Упростите выражение

$$\frac{a}{a-b} : \left(\frac{a+b}{b} + \frac{b}{a-b}\right).$$

- 2. а) Постройте график функции $y = 2x$.
- б) Укажите с помощью графика, при каком значении x значение y равно 5.

- 3. Решите уравнение

$$\frac{x-5}{3} - 4 = \frac{2x}{3}.$$

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 6 = 3(x + y), \\ 6 - 5(x - y) = 8x - 2y. \end{cases}$$

- 5. Упростите выражение

$$\left(a - b + \frac{4ab}{a-b}\right) \left(\frac{4a^2}{a^2 + 2ab + b^2} - \frac{2a}{a+b}\right).$$

- 1. Упростите выражение

$$\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right) \cdot \frac{a-b}{b}.$$

- 2. а) Постройте график функции $y = 0,5x$.

б) Укажите с помощью графика, чему равно значение y при $x = -4$.

- 3. Решите уравнение

$$\frac{x-3}{2} = \frac{2x}{7}.$$

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 14 - 3(x - y) = 5y - x, \\ 2(x + y) = 8. \end{cases}$$

- 5. Упростите выражение

$$\left(\frac{10x}{x^2 - 10x + 25} + \frac{x}{x-5}\right) \left(\frac{20x}{x+5} - x - 5\right).$$

- 1. Упростите выражение

$$\frac{y}{x+y} : \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x}\right).$$

- 2. а) Постройте график функции $y = -2x$.

б) Укажите с помощью графика, при каком значении x значение y равно -5 .

- 3. Решите уравнение

$$\frac{3x}{2} - 1 = \frac{x+3}{2}.$$

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5(x - y) = 10, \\ 3x - 7y = 20 - 2(x + y). \end{cases}$$

- 5. Упростите выражение

$$\left(a + 3 - \frac{12a}{a+3}\right) \left(\frac{2a}{a-3} - \frac{4a^2}{a^2 - 6a + 9}\right).$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ШКОЛЬНЫХ ОЛИМПИАД

Осенняя олимпиада

Вариант 1

1. Найдите последнюю цифру суммы квадратов всех чисел: а) от 1 до 9; б) от 94 до 194.

2. Во время поездки в США Коля купил для своих друзей несколько одинаковых сувениров и заплатил за них 2 доллара 89 центов. Сколько сувениров купил Коля, если цена одного сувенира больше одного цента?

3. Дорожка стадиона имеет форму окружности, ее длина 600 м. Вася пробегает ее за 6 мин, Коля — за 3 мин. Они стартуют одновременно в одном и том же месте и бегут в разные стороны.

а) Через какое время они встретятся в первый раз?

б) Через какое время они встретятся в первый раз в точке старта?

4. а) Из шахматной доски удаляются два квадрата по 4 клетки, находящиеся на ее противоположных углах. Можно ли из оставшихся 56 клеток (не склеивая отдельные клетки) вырезать 28 фишек домино? Если можно, то как? Если нельзя, то почему? (Каждая фишка состоит из двух клеток разных цветов.)

б) Имеются две стокеточные шашечные доски. На клетках одной из них в произвольном порядке записываются числа от 1 до 100. Можно ли записать те же числа на клетках другой доски так, чтобы сумма чисел, стоящих на соответственных клетках двух досок, была постоянной? Соответственными считаются клетки, имеющие одно и то же обозначение.

5. Из букв имени, отчества и фамилии «Макарычев Юрий Николаевич» нужно составить новое имя, отчество и фамилию. (Нужно использовать все буквы столько раз, сколько они встречаются, и не использовать никаких других.)

Вариант 2

1. Найдите последнюю цифру суммы квадратов всех чисел: а) от 1 до 9; б) от 97 до 197.

2. Петя подарил каждому из своих друзей одинаковое количество почтовых марок. Сколько друзей у Пети, если всего подарена 361 марка и у Пети меньше 200 друзей?

3. Дорожка стадиона имеет форму окружности, ее длина 400 м. Вася пробегает ее за 4 мин, Коля — за 2 мин. Они стартуют в одном месте одновременно и бегут в одну сторону.

а) Кто кого догонит в первый раз и через сколько минут это произойдет?

б) Через какое время они окажутся в одном и том же месте дорожки в 10-й раз?

4. а) Из шахматной доски удаляются клетки, стоящие на одной из диагоналей. Можно ли из оставшихся 56 клеток (не склеивая отдельные клетки) вырезать 28 фишек домино? Если можно, то как? Если нельзя, то почему? (Каждая фишка состоит из двух клеток разных цветов.)

б) На клетках одной из двух шахматных досок записываются в произвольном порядке числа от 1 до 64. Можно ли на клетках другой шахматной доски записать те же числа так, чтобы сумма чисел, стоящих на соответственных клетках двух досок, была постоянной? Соответственными считаются клетки, имеющие одно и то же обозначение.

5. Из букв имени, отчества и фамилии «Федорова Надежда Евгеньевна» нужно составить новое имя, отчество и фамилию. (Нужно использовать все буквы столько раз, сколько они встречаются, и не использовать никаких других.)

© 2000 «Синдicates» — все права защищены. Москва, 2000 г.

Новогодняя олимпиада

(У каждого ученика должен быть календарь на наступающий год)

Вариант 1

1. Через какое время после наступления Нового года стрелки часов в первый раз составят прямой угол?

2. Посчитайте, сколько в наступающем году пятых вторников месяца. Сколько пятых вторников может быть в году?

3. Посмотрите по календарю, сколько раз в году третья пятница месяца предшествует его третьему четвергу. Может ли это быть вообще? Если может, то сколько раз в году?

4. Выписали числа 1, 2, 3, ..., 2000 ... (и так далее до номера наступающего года) и стерли все запятые.

а) Сколько всего написали цифр?

б) Сколько раз в данной записи встретится цифра 8?

в) Сколько раз в данной записи встретится число 17?

5. Число $\frac{312}{1111}$ записали в виде бесконечной десятичной дроби. Найдите n -ю цифру после запятой, где n — номер наступающего года.

Вариант 2

1. За какое время до наступления Нового года стрелки часов в последний раз составят развернутый угол?

2. Посчитайте, сколько в наступающем году пятых четвергов месяца. Сколько пятых четвергов может быть в году?

3. Посмотрите по календарю, сколько раз в году третий понедельник месяца предшествует его третьему воскресенью. Может ли это быть вообще? Если может, то сколько раз в году?

4. Выписали числа 1, 2, 3, ..., 2000 ... (и так далее до номера наступающего года) и стерли все запятые.

а) Сколько всего написали цифр?

б) Сколько раз в данной записи встретится цифра 0?

в) Сколько раз в данной записи встретится число 21?

5. Число $\frac{161}{1111}$ записали в виде бесконечной десятичной дроби. Найдите n -ю цифру после запятой, где n — номер наступающего года.

Весенняя олимпиада

Вариант 1

1. Сколько существует двузначных чисел, в записи которых не употребляется цифра 1?

2. Докажите, что:

а) $(x+1)(x^{14}-x^{13}+x^{12}-x^{11}+x^{10}-x^9+x^8-x^7+x^6-x^5+x^4-x^3+x^2-x+1)=x^{15}+1$;

б) $1989^{15}+1$ кратно 995.

3. На свои деньги Петя мог бы купить 8 бубликов и 7 пирожных либо 5 бубликов и 8 пирожных. Сколько он смог бы купить одних бубликов?

4. Рассмотрим все точки плоскости, координаты которых выражены целыми числами. Сколько таких точек расположено:

а) на сторонах квадрата с вершинами $O(0; 0)$, $A(0; 16)$, $B(16; 16)$, $C(16; 0)$;

б) внутри этого квадрата;

в) на отрезке OP , где $O(0; 0)$ и $P(3; 6)$;

г) на отрезке OM , где $O(0; 0)$ и $M(31; 61)$?

Вариант 2

1. Сколько существует двузначных чисел, в записи которых не встречаются четные цифры?

2. Докажите, что:

а) $(x-1)(x^{14} + x^{13} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^{15} - 1$;

б) $1989^{15} - 1$ кратно 994.

3. На свои деньги Коля смог бы купить 7 бубликов и 3 пирожка либо 5 бубликов и 4 пирожка. Какой процент цены пирожка составляет цена бублика?

4. Рассмотрим все точки плоскости, координаты которых выражены натуральными числами и наибольший общий делитель которых равен 2. Сколько таких точек расположено:

а) на прямой $y = 100$; б) на прямой $y = 5x$;

в) внутри квадрата с вершинами $O(0; 0)$, $A(0; 16)$, $B(16; 16)$, $C(16; 0)$;

г) на отрезке OM , где $O(0; 0)$ и $M(31; 61)$?

Ответы к контрольным работам

К—1

В—1. 1. -1. 3. в) $15x+7$. 4. -1. 5. 40 км/ч. 6. $x-1$.

В—2. 1. $1\frac{2}{3}$. 3. в) $22b-7$. 4. -4. 5. 420 км. 6. $p-c$.

В—3. 1. $-3\frac{1}{2}$. 3. в) $16a+2$. 4. 2. 5. 6 км/ч. 6. $4a-4$.

В—4. 1. -11,5. 3. в) $7x-6$. 4. 5. 5. 27 км. 6. $5x+y$.

К—2

В—1. 1. а) 36; б) 1,7; в) 3,5; г) -10. 2. 10 мин. 3. 60 т. 4. x — любое число.

В—2. 1. а) 108; б) -1,7; в) 1; г) -8. 2. 60 км. 3. 210 саженцев. 4. Корней нет.

В—3. 1. а) 25; б) 3,8; в) -4; г) -2,5. 2. 14 мин. 3. 80 кг. 4. x — любое число.

В—4. 1. а) 32; б) 2,5; в) 2,5; г) -5. 2. 12 см. 3. 60 кг. 4. Корней нет.

К—3

В—1. 1. а) $y=22$; б) $x=-3$; в) проходит. 4. $x=1$, $y=10$.

В—2. 1. а) $y=-40$; б) $x=6$; в) не проходит. 4. $x=3$, $y=-99$.

В—3. 1. а) $y=20$; б) $x=-3$; в) проходит. 4. $x=1$, $y=18$.

В—4. 1. а) $y=-22$; б) $x=5$; в) не проходит. 4. $x=2$, $y=-29$.

К—4

В—1. 1. -79. 3. а) $-6a^3b^7$; б) $-8a^{15}b^6$. 5. 25. 6. а) $13,5x^6y^{20}$; б) x^2 .

В—2. 1. $\frac{1}{3}$. 3. а) $-12x^6y^6$; б) $9x^4y^6$. 5. 3. 6. а) $18\frac{2}{3}x^{15}y^8$; б) a^2 .

В—3. 1. -68. 3. а) $-6a^5b^5$; б) $-27a^9b^6$. 5. 7. 6. а) $-7\frac{1}{5}a^{23}b^8$; б) a^5 .

В—4. 1. 1,5. 3. а) $-15x^6y^4$; б) $16x^4y^{16}$. 5. 5. 6. а) $125a^{20}b^9$; б) x^2 .

К—5

В—1. 2. а) $5b(2a-3b)$; б) $6a^2(3a+1)$. 3. -2. 4. 60 км/ч. 5. 2,6. 6. $2a^2+2b^2+2c^2$.

В—2. 2. а) $xy(2-3y)$; б) $2b^3(4b+1)$. 3. 3. 4. 28, 30 и 33 ученика. 5. -54. 6. $3x^2+3y^2+3c^2$.

В—3. 2. а) $3x(x+3y)$; б) $5x(2x^4-1)$. 3. -13. 4. 10 деталей. 5. 2,6. 6. $4a^2+4y^2+4x^2$.

В—4. 2. а) $ab(2-b)$; б) $2x^2(1+2x^4)$. 3. 15. 4. 11, 23 и 22 кг. 5. -1,2. 6. $6a^2+6c^2+6x^2$.

К-6

- B-1.** 1. а) $c^2 - c - 6$; б) $6a^2 + 5a - 4$; в) $20x^2 - 13xy + 2y^2$; г) $a^3 - 5a^2 + 12a - 12$. 3. $0,8x^5 + 1,4x^3 - 3x$. 4. а) $(x-y)(x-4)$; б) $(b-c)(a-x-1)$. 5. 9 см.
- B-2.** 1. а) $a^2 - 8a + 15$; б) $10x^2 + 3x - 4$; в) $6p^2 + 16pc + 8c^2$; г) $b^3 - 7b + 6$. 3. $10x^5 + 1,5x^3 - x$. 4. а) $(a-c)(2-c)$; б) $(x+y) \times (b-a-1)$. 5. 4 м и 10 м.
- B-3.** 1. а) $x^2 - 3x - 40$; б) $12b^2 - 14b + 4$; в) $12a^2 - 16ax - 3x^2$; г) $c^3 + 4c^2 + 5c + 2$. 3. $2,4a^5 - 0,4a^3 - 6a$. 4. а) $(a+b)(a-3)$; б) $(p-c)(k-x-1)$. 5. 6 см.
- B-4.** 1. а) $a^2 - 6a + 8$; б) $15x^2 - 13x - 6$; в) $3y^2 + 16cy - 12c^2$; г) $b^3 + 5b^2 + 4b - 6$. 3. $2y^5 + 0,6y^3 - 0,2y$. 4. а) $(3-y)(x-y)$; б) $(x-y)(a-c-1)$. 5. 3 м и 8 м.

К-7

- B-1.** 1. б) $49x^2 + 14ax + a^2$; г) $9a^2 - 4b^2$. 2. $a^2 - 20a$. 4. 0. 5. а) $y^4 - 4a^2$; б) $9x^4 + 6x^3 + x^2$; в) $16 - 8m^2 + m^4$. 6. а) $(2xy - 3a^2) \times (2xy + 3a^2)$; б) $(6a+3)(4a-3)$; в) $(3m+n)(9m^2 - 3mn + n^2)$.
- B-2.** 1. б) $4x^2 - 4xb + b^2$; г) $25y^2 - 4x^2$. 2. $-4c^2$. 4. 0,8. 5. а) $9x^2 - y^4$; б) $a^6 - 12a^4 + 36a^2$; в) $a^4 - 2a^2x^2 + x^4$. 6. а) $(10a^2 - \frac{1}{3}b) \times (10a^2 + \frac{1}{3}b)$; б) $(4x-1)(2x+1)$; в) $(x+y^2)(x^2 - xy^2 + y^4)$.
- B-3.** 1. б) $9a^2 - 6a + 1$; г) $16a^2 - 9k^2$. 2. $b^2 - 10b$. 4. 0. 5. а) $c^4 - 9a^2$; б) $9x^2 + 6x^4 + x^6$; в) $81 - 18k^2 + k^4$. 6. а) $(6a^2 - 5ab)(6a^2 + 5ab)$; б) $(x-16)(x+2)$; в) $(a-2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$.
- B-4.** 1. б) $9a^2 + 6ac + c^2$; г) $16b^2 - 25c^2$. 2. $-4y^2$. 4. 2. 5. а) $4a^2 - b^4$; б) $x^2 - 12x^4 + 36x^6$; в) $y^4 - 2y^2b^2 + b^4$. 6. а) $(\frac{1}{9}a - 0,3c^2) \times (\frac{1}{9}a + 0,3c^2)$; б) $(8-b)(8+3b)$; в) $(a^3 - b)(a^6 + a^3b + b^2)$.

К-8

- B-1.** 1. а) $-5x^2 + 21$; б) $3a^2 - 16$; в) $2m^2 + 2$. 2. а) $x(x-3)(x+3)$; б) $-5(a+b)^2$. 3. $13y^2 + 10y$. 4. а) $(2x-3)(2x+3)(4x^2+9)$; б) $(x+y)(x-y-1)$.
- B-2.** 1. а) $-x^2 - 21x$; б) $2a^2 + 2$; в) $30y + 75$. 2. а) $c(c-4)(c+4)$; б) $3(a-b)^2$. 3. $13a^2 + 14a$. 4. а) $(3a-1)(3a+1)(9a^2+1)$; б) $(y-x-3)(y+x+3)$.
- B-3.** 1. а) $c^2 + 8$; б) $-y^2 + 4$; в) $3x^2 + 75$. 2. а) $a(2-a)(2+a)$; б) $a(x+1)^2$. 3. $5b^2 + 6b$. 4. а) $(2 - \frac{1}{3}y)(2 + \frac{1}{3}y)(4 + \frac{1}{9}y^2)$; б) $(a-b)(1+a+b)$.
- B-4.** 1. а) $a^2 - 32a$; б) $-15b - 4$; в) $5x^2 + 20$. 2. а) $y(5-y)(5+y)$; б) $-4(x-y)^2$. 3. $34x^2 + 16x$. 4. а) $(\frac{2}{3} - b)(\frac{2}{3} + b)(\frac{4}{9} + b^2)$; б) $(a-x+2)(a+x-2)$.

К-9

- B-1.** 1. $x=0,5$, $y=1$. 2. 5 облигаций по 2000 р. и 3 облигации по 3000 р. 3. $x=-4$, $y=5$. 4. $y=x+5$. 5. Не имеет.

- B-2.** 1. $x=2, y=-1$. 2. 16 км/ч и 12 км/ч. 3. $x=3, y=-7$.
4. $y=-3x+15$. 5. Имеет бесконечно много решений.
- B-3.** 1. $x=-1, y=2$. 2. 15 палаток и 10 домиков. 3. $x=5\frac{1}{3}, y=2$. 4. $y=-x+1$. 5. Не имеет.
- B-4.** 1. $x=4, y=-2$. 2. 1000 р. и 2000 р. 3. $x=-2, y=4$.
4. $y=-0,5x+10$. 5. Имеет бесконечно много решений.

К-1А

- B-1.** 1. -0,08. 2. -3,2. 3. г) $8b+14$. 4. $-3\frac{2}{3}y$. 5. 220 км. 6. $3a-5$.
- B-2.** 1. -5,39. 2. $\frac{2}{3}$. 3. г) $y-8$. 4. $a-b$. 5. 61 единицу товара.
6. $12x-4$.
- B-3.** 1. -3,2. 2. -24,5. 3. г) $-3c+7$. 4. $12c-0,5a$. 5. 25 км.
6. $-y-6$.
- B-4.** 1. -0,8. 2. $7\frac{1}{3}$. 3. г) $2x-26$. 4. $3,4x-3,5y$. 5. 79 км.
6. $3c-1$.

К-2А

- B-1.** 1. а) -0,9; б) -1; в) 15. 2. 31, 35 и 37 учеников. 3. 11.
4. 30, 20 и 40 км.
- B-2.** 1. а) 0,8; б) 3; в) -1. 2. 10 деталей. 3. -7. 4. 75 кг.
- B-3.** 1. а) 1,6; б) -1; в) -7. 2. 30, 15 и 25 км. 3. -3. 4. 75 кг.
- B-4.** 1. а) -0,5; б) -16; в) -7. 2. 18 км/ч. 3. -2,5. 4. 4, 5 и 6 т.

К-3А

- B-1.** 1. а) 3600; б) 97,2. 4. а) $-8a^8b^7$; б) $-27x^{12}y^6$; в) $4a^{10}y^2$.
5. а) 49; б) 5. 6. а) $6x^{11}y^{20}$; б) a^{3n} .
- B-2.** 1. а) 64; б) 16. 4. а) $-12a^6b^6$; б) $16x^4y^{24}$; в) $-27a^9b^{12}$.
5. а) 36; б) 9. 6. а) $-\frac{1}{5}a^{20}b^{33}$; б) x^{2n+2} .
- B-3.** 1. а) -29; б) -8. 4. а) $-8x^8y^8$; б) $-a^{25}b^{10}$; в) $4a^2c^8$. 5. а) 64;
б) 4. 6. а) $15x^5y^{20}$; б) c^{3n+2} .
- B-4.** 1. а) 64; б) -50. 4. а) $-18x^2y^6$; б) $16a^6b^2$; в) $-a^{21}y^{12}$. 5. а) 125;
б) 16. 6. а) $-16\frac{1}{3}a^{17}b^{36}$; б) a^5 .

К-4А

- B-1.** 1. в) $2a^2+ac-6c^2$; г) y^3+y^2-6y+4 ; д) $x-2$. 2. $2c^2-2c-3$.
3. $-2,4a^5-4,2a^3+4,5a$. 4. $2a^2+2b^2+2c^2$. 5. 9 см.
- B-2.** 1. в) $8x^2-14x+3$; г) a^3+a^2-5a-6 ; д) $2b-3a$. 2. $-3x^2-5x$.
3. $9x^5-1,5x^3-22,5x$. 4. $5a^2+5b^2+5c^2$. 5. 6 м и 7 м.
- B-3.** 1. в) $6y^2+yc-c^2$; г) x^3-2x^2-7x-4 ; д) $4a+1$. 2. $-x^2+$
 $+3x+20$. 3. y^5+y^3-6y . 4. $7y^2+7p^2+7x^2$. 5. 6 см.
- B-4.** 1. в) $12a^2-29a+15$; г) $x^3+6x^2+5x-12$; д) $3x+2$.
2. $2p^2+18p$. 3. $2b^5-8b$. 4. $-3a^2-3b^2-3c^2$. 5. 10 м и 25 м.

K-5A

B-1. 2. a) $2ab(ab-3b^2+a^2)$; б) $2a(a-2)$; в) $(3-y)(x-y)$; г) $(x-y) \times (a-c+1)$. 3. $\frac{2}{3}$.

B-2. 2. a) $3x^2y(x+2y-xy)$; б) $x(1-x)$; в) $(2+b)(a-b)$; г) $(a-b) \times (6-x)$. 3. 2,5.

B-3. 2. a) $3a^2x(x-2a+4)$; б) $3y(y+3)$; в) $(2p+1)(2a-p)$; г) $(x-y) \times (4+a)$. 3. $4\frac{1}{7}$.

B-4. 2. a) $6ab^2(2a+ab+2b)$; б) $2b(2-b)$; в) $(a-5)(x-a)$; г) $(b-c) \times (a-3)$. 3. -0,7.

K-6A

B-1. 2. a) $3a^2-16$; б) $2b^2+2$. 3. б) $a(b-c)(b+c)$; в) $-3(a+b)^2$.
4. $13y^2+10y$. 5. a) $(6a+3)(4a-3)$; б) $(3a+b)(9a^2-3ab+b^2)$;
в) $(2x-3)(2x+3)(4x^2+9)$; г) $(x+y)(x-y-1)$.

B-2. 2. a) $3c-7$; б) $3a^2+3c^2$. 3. б) $3x(x-5)(x+5)$; в) $2(x+y)^2$.
4. $37x^2+18x$. 5. a) $(3y+2)(2-y)$; б) $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$;
в) $(2-\frac{1}{3}x)(2+\frac{1}{3}x)(4+\frac{1}{9}x^2)$; г) $(x+y)(2+x-y)$.

B-3. 2. a) $6x^2+25$; б) $2y^2+32$. 3. б) $5(x-y)(x+y)$; в) $3(x-y)^2$.
4. $24a^2$. 5. a) $(x-6)(x+2)$; б) $(a+\frac{1}{2}y)(a^2-\frac{1}{2}ay+\frac{1}{4}y^2)$;
в) $(3y-x)(3y+x)(9y^2+x^2)$; г) $(a+b)(1-a+b)$.

B-4. 2. a) $14-11x$; б) $5a^2+5b^2$. 3. б) $a(2-a)(2+a)$; в) $-2(a-c)^2$.
4. $29b^2+12b$. 5. a) $(3-y)(5+y)$; б) $(\frac{1}{3}a-x)(\frac{1}{9}a^2+\frac{1}{3}ax+x^2)$;
в) $(a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2)$; г) $(c-a)(3-c-a)$.

K-7A

B-1. 1. a) $\frac{2b^4}{3a}$; б) $\frac{x+1}{x}$; в) $\frac{1}{a-2b}$. 2. a) $\frac{2x^2+2a^2}{x^2-a^2}$; б) $\frac{2+ab}{a(2+b)}$;
в) $\frac{c}{c+1}$. 3. $\frac{17y}{x(x^2-y^2)}$. 4. 24.

B-2. 1. a) $\frac{3y^2}{2x^2}$; б) $\frac{a-1}{b}$; в) $2x+y$. 2. a) $\frac{a^2+15}{a(a+5)}$; б) $\frac{4x}{x^2-4}$;
в) $\frac{7b}{a-b}$. 3. $-\frac{5a^2}{(a+2)^2(a-2)}$. 4. -14.

B-3. 1. a) $\frac{2x^6}{3y^3}$; б) $\frac{x-y}{x}$; в) $3a-4$. 2. a) $\frac{x^2+6x}{x^2-4}$; б) $-\frac{1}{x}$; в) $\frac{3b^2}{b+3}$.
3. $\frac{3}{a^2-9}$. 4. -10.

B-4. 1. a) $\frac{4}{3a^3b}$; б) $\frac{a+b}{a}$; в) $\frac{1}{x+3y}$. 2. a) $\frac{a^2+b^2}{b(a-b)}$; б) $\frac{-3x}{x^2-1}$;
в) $\frac{16y}{y-8}$. 3. $-\frac{18}{(a-3)^2(a+3)}$. 4. -12.

К-8А

B-1. 1. а) $\frac{a-b}{b}$; б) $\frac{2y}{x+y}$; в) $\frac{-8a^6}{b^3}$; г) $3a^3$. 2. $\frac{b}{2a}$. 3. $-0,5$.
4. $y^2 - x^2$.

B-2. 1. а) $\frac{x}{a}$; б) $\frac{a-b}{a}$; в) $\frac{9x^{10}}{y^{12}}$; г) $\frac{3}{a(a+c)}$. 2. $\frac{2}{y}$. 3. $-0,5$.
4. $\frac{x+y}{x-y}$.

B-3. 1. а) $\frac{x}{x+y}$; б) $\frac{a-b}{3a}$; в) $-\frac{32c^{15}}{y^5}$; г) $\frac{4x^2}{y}$. 2. $\frac{2y-x}{y}$. 3. $-\frac{3}{20}$.
4. $a^2 - 64$.

B-4. 1. а) $\frac{5}{b}$; б) $\frac{y+1}{x}$; в) $\frac{4a^6}{b^8}$; г) $\frac{a(a-x)}{2}$. 2. $\frac{12}{y+4}$. 3. $\frac{2}{5}$.
4. $\frac{a-b}{a+b}$.

К-9А

B-1. 1. а) $y=10,5$; б) при $x=-7$; в) проходит. 4. $b=-2$.
5. $y=-7x$.

B-2. 1. а) $y=-2,5$; б) при $x=3$; в) не проходит. 4. $k=\frac{1}{3}$.
5. $y=8x$.

B-3. 1. а) $y=-30$; б) при $x=6$; в) проходит. 4. $b=-5$.
5. $y=-6x$.

B-4. 1. а) $y=-28$; б) при $x=-5$; в) не проходит. 4. $k=-0,5$. 5. $y=12x$.

К-10А

B-1. 1. $x=-1$, $y=3$. 2. 12 менеджеров получили по 10000 р. и 18 — по 15000 р. 3. $x=-1,5$, $y=2,5$. 4. $y=-6x+8$.
5. Не имеет.

B-2. 1. $x=2$, $y=-3$. 2. 5 км/ч и 7 км/ч. 3. $x=2$, $y=-1$.
4. $y=0,5x-8$. 5. Имеет бесконечно много решений.

B-3. 1. $x=-3$, $y=2$. 2. 30 кусков обоев нужно на ремонт однокомнатной квартиры и 40 кусков — на ремонт двухкомнатной. 3. $x=-1,5$, $y=1$. 4. $y=-1,5x+4$. 5. Не имеет.

B-4. 1. $x=3$, $y=-1$. 2. 4 двухместных и 5 трехместных. 3. $x=2$, $y=-1$. 4. $y=-0,5x+10$. 5. Имеет бесконечно много решений.

ИК-1

B-1. 1. $5a^2+6a+36$. 2. $x=-1$, $y=-8$. 4. б) $(x+y)(x-y-3)$.
5. 14 км/ч.

B-2. 1. $-5x+6$. 2. $x=-1$, $y=3$. 4. б) $(a-b)(a+b+2)$. 5. 12 км/ч и 40 км/ч.

B-3. 1. $3x^2+4xy-y^2$. 2. $x=2$, $y=-1$. 4. б) $(a+b)(a-b+5)$.
5. 4 км/ч и 6 км/ч.

B-4. 1. $2y - 12$. 2. $x = 2, y = -1$. 4. 6) $(x + y)(2 - x + y)$. 5. 14 км/ч.

ИК-2

B-1. 2. -14. 4. $AB = 14$ см, $BC = 12$ см, $AC = 24$ см. 6. $x = \frac{4}{3}$,

$$y = -\frac{4}{3}.$$

B-2. 2. -10. 4. 25, 15 и 10 км. 6. $x = y = -4$.

B-3. 2. 0,5. 4. 60, 180 и 360 килобайт. 6. $x = 5, y = -5$.

B-4. 2. -2. 4. 35, 40 и 25 деталей. 6. $x = y = 5$.

ИК-3А

B-1. 1. $-\frac{8}{a-4}$. 3. -15. 4. $x = 1, y = 1,5$. 5. $-a$.

B-2. 1. $\frac{b}{a}$. 3. -17. 4. $x = 1, y = 1$. 5. $2a$.

B-3. 1. $\frac{2}{a+b}$. 3. 7. 4. Система не имеет решений. 5. $-x$.

B-4. 1. $\frac{x}{y}$. 3. 2,5. 4. Система не имеет решений. 5. $-2a$.

Ответы и указания к заданиям олимпиад

Осенняя олимпиада

Вариант 1

1. а) 5; б) 1. Достаточно узнать, какой цифрой оканчивается каждый квадрат, и найти последнюю цифру суммы простым подсчетом.

2. 17 сувениров. Число 289 делится на 1, 17 и 289. Из них лишь число 17 удовлетворяет условию задачи.

3. а) Через 2 мин; б) через 6 мин.

4. а) Можно. Один из способов разрезания доски изображен на рисунке 29; б) можно. На каждой соответствующей клетке второй доски запишем число, которое в сумме с первым дает 101.

5. Указание. Для подготовки к данному заданию можно, например, из букв имени и фамилии «Иван Човлидзе» получить новые имя и фамилию — «Леонид Звевич». Учащимся будет интересно проделать то же самое со своим именем и фамилией.

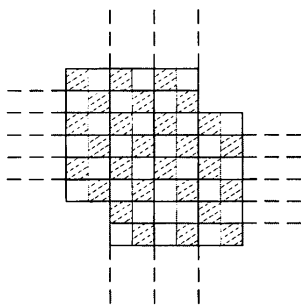


Рис. 29

Вариант 2

1. а) 5; б) 4. См. указание к задаче 1 варианта 1.

2. 19 друзей. Число 361 делится только на 1, 19 и 361. Из них лишь число 19 удовлетворяет условию задачи.

3. а) Через 4 мин Коля догонит Васю; б) через 36 мин (первой встречей считать старт).

4. а) Нельзя. Если клетки не склеивать, то каждая фишка домино должна состоять из двух разноцветных клеток. Из доски удалены 8 клеток одного цвета, значит, черных и белых клеток осталось не поровну; б) можно. На каждой соответствующей клетке доски запишем число, которое в сумме с первым дает 65.

5. См. указание к задаче 5 варианта 1.

Новогодняя олимпиада

Вариант 1

1. Через $16\frac{4}{11}$ мин.
2. 4 или 5 пятых вторников.
3. Может. Не менее одного, но не более трех раз.
4. Для каждого года ответ свой, но, например, для 2006 года: а) 6917 цифр; б) 600 раз; в) 151 раз.
5. Для 2006 года это цифра 8.

Вариант 2

1. Через $32\frac{8}{11}$ мин.
2. 4 или 5 пятых четвергов.
3. Может. Не менее одного, но не более трех раз.
4. Для каждого года ответ свой, но, например, для 2006 года: а) 6917 цифр; б) 502 раза; в) 151 раз.
5. Для 2006 года это цифра 4.

Весенняя олимпиада

Вариант 1

1. 72 числа. Существует 8 способов для выбора первой цифры такого числа (любая цифра, кроме 0 и 1) и 9 способов для выбора второй цифры (любая цифра, кроме 1).

2. а) Проверяется непосредственно умножением; б) используется формула из предыдущего задания при $x = 1989$.

3. 29 бубликов. Указание. Если Петя купит на 3 бублика меньше, то он сможет купить на 1 пирожное больше. Значит, 1 пирожное стоит столько же, сколько 3 бублика. Теперь легко подсчитать, сколько, например, бубликов может купить Петя вместо 8 бубликов и 7 пирожных. Задачу можно также решить, составив уравнение $8x + 7y = 5x + 8y$, где x — цена бублика, y — цена пирожного. Из этого уравнения получим $y = 3x$. Отсюда $8x + 7y = 8x + 21x = 29x$.

4. а) 64 точки; б) 225 точек; в) 4 точки; г) 2 точки (начальная и конечная).

Вариант 2

1. 25 чисел. Существует 5 способов как для выбора первой цифры, так и для выбора второй цифры такого числа (все нечетные цифры).

2. а) Проверяется непосредственно умножением; б) используется формула из предыдущего задания при $x = 1989$.

3. 50%. Указание. Если Коля купит на 2 бублика меньше, то он сможет купить на 1 пирожок больше. Значит, 1 пирожок стоит столько же, сколько 2 бублика. Задачу можно также решить, составив уравнение $7x + 3y = 5x + 4y$, где x — цена бублика, y — цена пирожка. Из этого уравнения получим $y = 2x$. Находим процентное отношение: $\frac{x}{y} \cdot 100\% = \frac{x}{2x} \cdot 100\% = 50\%$.

4. а) Таких точек бесконечно много. Примерами таких точек являются (2; 100), (6; 100), (98; 100), (102; 100), (106; 100); б) одна точка. Точка, принадлежащая прямой $y = 5x$, имеет координаты $(x; 5x)$. Если x — натуральное число, то наибольший общий делитель чисел x и $5x$ равен x . Известно, что наибольший общий делитель равен 2. Значит, условию задачи удовлетворяет только точка (2; 10); в) 35 точек. Обе координаты должны быть четными числами от 2 до 14, наибольший общий делитель которых равен 2. Число таких точек легко подсчитать следующим образом: если первая координата равна 2, то второй координатой могут быть числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, т. е. всего имеем 7 таких точек; если первая координата равна 4, то второй координатой могут быть числа 2, 6, 10, 14, т. е. всего имеем 4 такие точки, и т. д.; г) таких точек нет.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Самостоятельные работы	9
Вариант I	—
Вариант II	57
Контрольные работы	107
Итоговые контрольные работы	140
Задания для школьных олимпиад	146
Ответы к контрольным работам	150
Ответы и указания к заданиям олимпиад . . .	156

Учебное издание

Звавич Леонид Исаакович
Кузнецова Людмила Викторовна
Суворова Светлана Борисовна

АЛГЕБРА
Дидактические материалы
7 класс

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Т. Г. Войлокова*
Младший редактор *Е. А. Андрееenkova*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *О. Ю. Тупикиной*
Технический редактор *Г. В. Субочева*
Корректоры *Н. В. Бурдина, О. В. Крупенко*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 22.02.12. Формат 60×90^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 7,01. Доп. тираж 30 000 экз. Заказ № 33225.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru